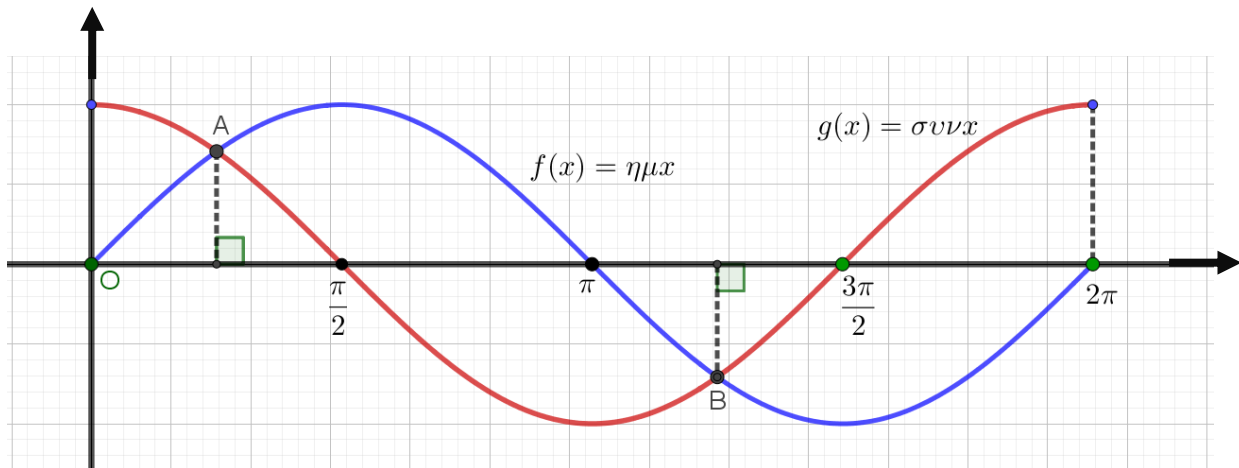


ΛΥΣΗ

α) Τα σημεία A και B αντιστοιχούν στις λύσεις της εξίσωσης $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x$ για $x \in [0, 2\pi]$.



Γνωρίζουμε ότι $\eta\mu \frac{\pi}{4} = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, ενώ $\eta\mu \frac{5\pi}{4} = \eta\mu \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\eta\mu \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ και

$\sigma\upsilon\nu \frac{5\pi}{4} = \sigma\upsilon\nu \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, έχουμε ότι $A \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ και $B \left(\frac{5\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

β) Η συνάρτηση $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$ και η $f(x) = \eta\mu x$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi \right]$.

γ)

- i. Παρατηρούμε ότι $\frac{\pi}{2} < \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{6} < \frac{5\pi}{6} < \pi$ και αφού η $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$, άρα $\sigma\upsilon\nu \frac{2\pi}{3} > \sigma\upsilon\nu \frac{5\pi}{6}$.
- ii. Ανάλογα, είναι $\frac{3\pi}{2} < \frac{5\pi}{3} = \frac{10\pi}{6} < \frac{11\pi}{6} < 2\pi$ και αφού η $f(x) = \eta\mu x$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi \right]$, άρα $\eta\mu \frac{5\pi}{3} < \eta\mu \frac{11\pi}{6}$.