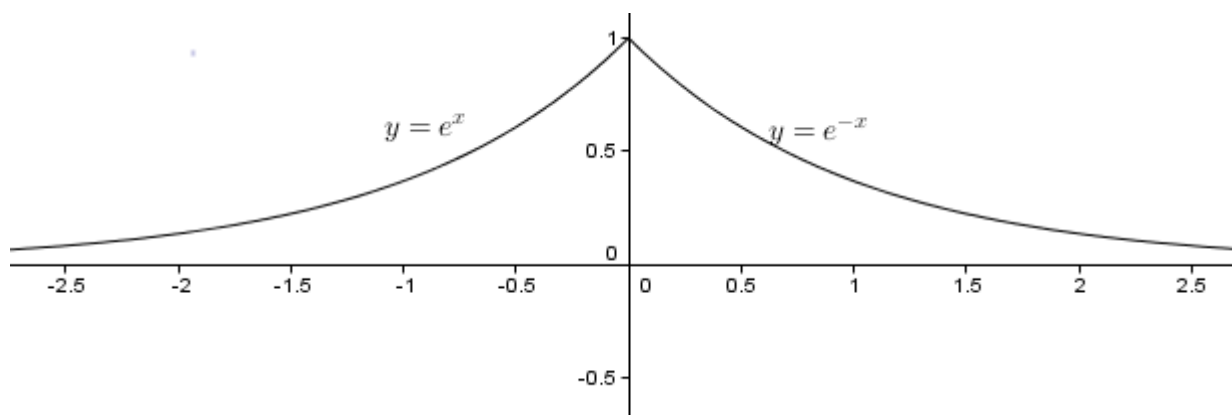


ΛΥΣΗ

α) Η γραφική παράσταση της f αποτελείται από την $y=e^x$ για $x<0$ και την $y=e^{-x}$ για $x\geq 0$ οπότε ο τύπος της είναι ο πρώτος από τους δοσμένους τύπους.

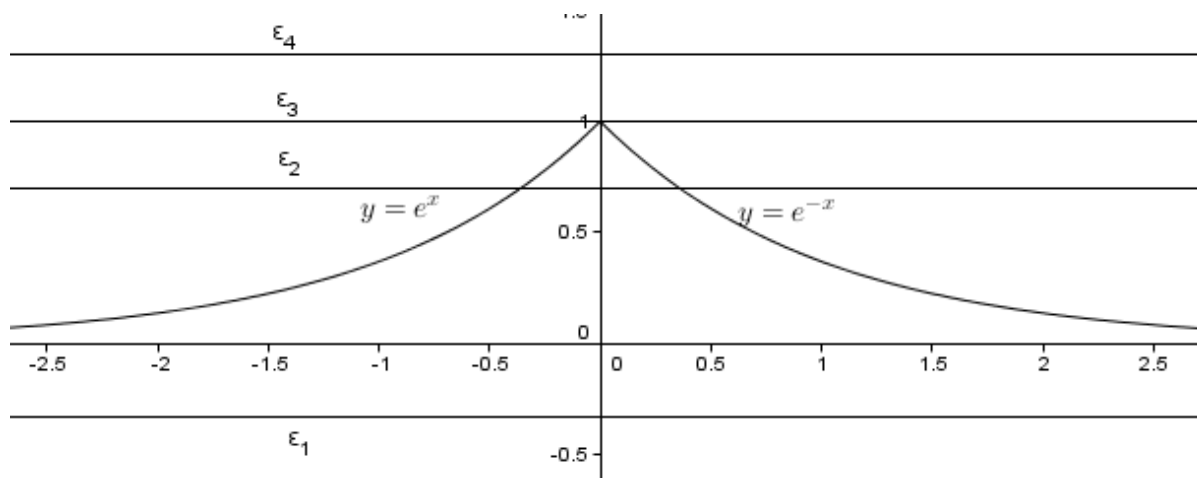


β) Από την παραπάνω γραφική παράσταση της f συμπεραίνουμε ότι αυτή είναι:

- γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-\infty, 0]$
- γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[0, +\infty)$ και
- παρουσιάζει ολικό μέγιστο για $x=0$, το $f(0)=1$

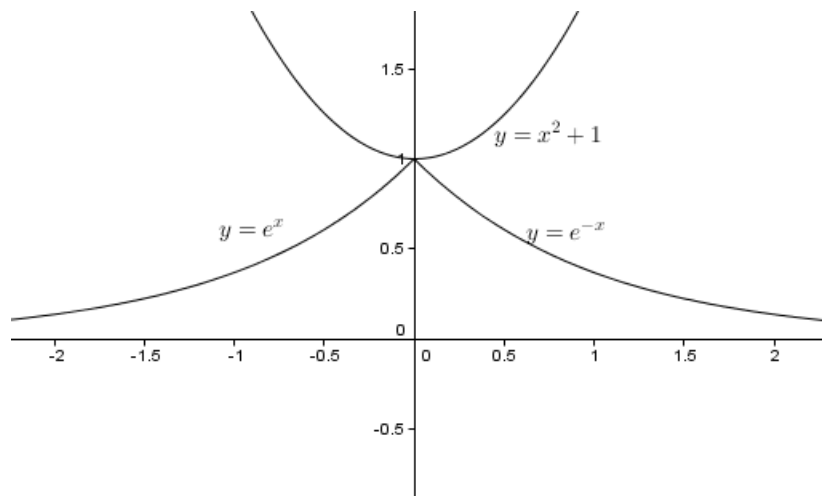
γ) Διακρίνουμε τις παρακάτω δυνατές περιπτώσεις:

- Αν $\alpha \leq 0$, (ευθεία ϵ_1) τότε η C_f και η ευθεία $y=\alpha$ δεν έχουν κοινό σημείο.
- Αν $0 < \alpha < 1$, (ευθεία ϵ_2) τότε η C_f και η ευθεία $y=\alpha$ έχουν ακριβώς δυο κοινά σημεία.
- Αν $\alpha = 1$, (ευθεία ϵ_3) τότε η C_f και η ευθεία $y=\alpha$ έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.
- Αν $\alpha > 1$, (ευθεία ϵ_4) τότε η C_f και η ευθεία $y=\alpha$ δεν έχουν κοινό σημείο.



δ) Η παραβολή $y = x^2 + 1$ διέρχεται από το σημείο $(0, 1)$ αφού για $x = 0$ είναι $y = 0^2 + 1 = 1$. Το σημείο $(0, 1)$ είναι και σημείο της C_f , αφού $f(0) = 1$.

Με $x \neq 0$ έχουμε $x^2 > 0$, οπότε $y = x^2 + 1 > 1$ και $f(x) \leq 1$. Άρα η παραβολή και η C_f δεν έχουν άλλο κοινό σημείο, οπότε το μοναδικό κοινό σημείο τους είναι το $(0, 1)$.



Σχόλιο

Στο πλαίσιο μιας γραφικής λύσης θα μπορούσαμε να σχεδιάσουμε την παραβολή και τη γραφική παράσταση της f και να διαπιστώσουμε ότι έχουν μοναδικό κοινό σημείο το $(0, 1)$ όπως φαίνεται στο σχήμα.