

ΛΥΣΗ

α) Παραγοντοποιούμε το $P(x)$ και έχουμε

$$P(x) = x^3 + x^2 - x - 1 = x^2(x+1) - (x+1) = (x+1)(x^2 - 1) = (x+1)(x+1)(x-1) = (x+1)^2(x-1)$$

β) Το πρόσημο του $P(x)$ φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x-1$	-	-	○	+
$(x+1)^2$	+	○	+	+
$P(x)$	-	○	○	+

Συνεπώς η ανίσωση $P(x) \geq 0$ αληθεύει για κάθε $x \in [1, +\infty) \cup \{-1\}$.