

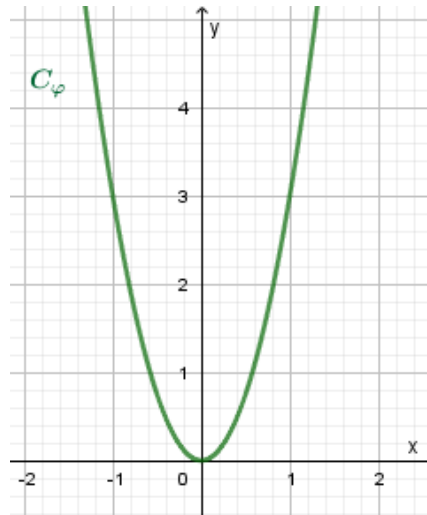
ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση φ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , επομένως για κάθε $x \in \mathbb{R}$ το $-x \in \mathbb{R}$.

Επιπλέον για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει: $\varphi(-x) = 3(-x)^2 = 3x^2 = \varphi(x)$.

Επομένως είναι άρτια συνάρτηση.

Η γραφική της παράσταση είναι η παρακάτω παραβολή.

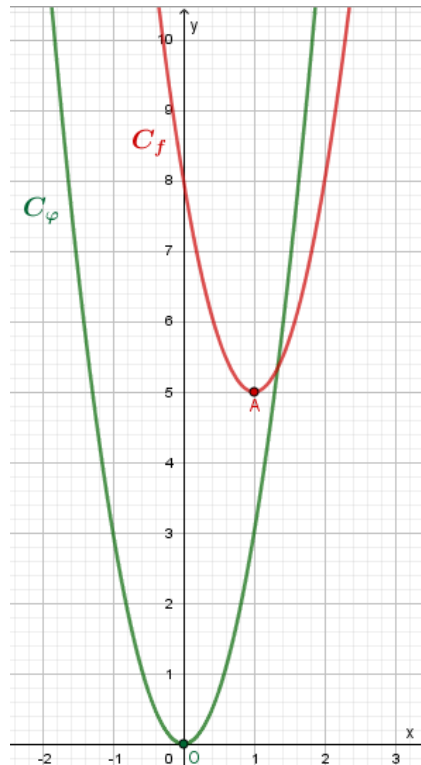


β) Είναι:

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 8 = 3\left(x^2 - 2x + \frac{8}{3}\right) = 3\left(x^2 - 2x + 1 + \frac{5}{3}\right) = 3\left[(x-1)^2 + \frac{5}{3}\right]$$

Επομένως $f(x) = 3(x-1)^2 + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

Η γραφική παράσταση της f προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της φ , μιας οριζόντιας κατά 1 μονάδα προς τα δεξιά και μιας κατακόρυφης κατά 5 μονάδες προς τα πάνω. Έτσι, είναι:



γ) Η κορυφή της παραβολής είναι το σημείο $A(1,5)$. Ως εκ τούτου,

- i. Η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 1]$ και γνησίως αύξουσα στο $[1, +\infty)$.
Ο άξονας συμμετρίας της γραφικής παράστασης της f είναι η κατακόρυφη ευθεία που διέρχεται από την κορυφή της, δηλαδή η $x = 1$.
- ii. Η συνάρτηση f παρουσιάζει στη θέση $x_0 = 1$, ολικό ελάχιστο το $f(1) = 5$.
- iii. Είναι:
 - Αν $\lambda > 5$ η εξίσωση έχει 2 ρίζες
 - Αν $\lambda = 5$ η εξίσωση έχει 1 ρίζα
 - Αν $\lambda < 5$ η εξίσωση είναι αδύνατη

