

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις  $\varphi(x) = 3x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και  $f(x) = 3x^2 - 6x + 8$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να ελέγξετε αν η συνάρτηση  $\varphi$  είναι άρτια ή περιττή και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

(Μονάδες 4)

β) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = 3(x - 1)^2 + 5$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $\varphi$ , να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση  $f$ , αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

γ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$ , να βρείτε:

i. Τα διαστήματα στα οποία η  $f$  είναι γνήσια μονότονη και τον άξονα συμμετρίας της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 6)

ii. Το ολικό ακρότατο της  $f$  και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι;

(Μονάδες 4)

iii. Το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της  $f$  και της ευθείας με εξίσωση  $y = \lambda$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ , για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ .

(Μονάδες 7)