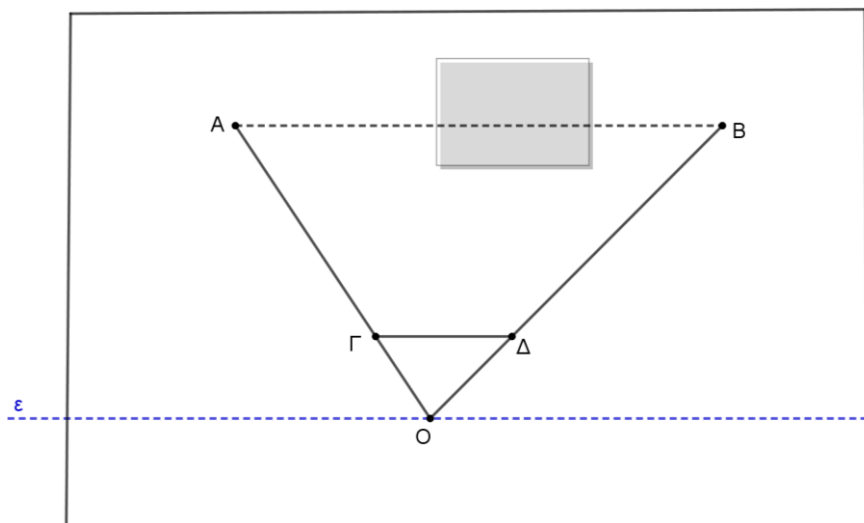


ΛΥΣΗ

Έστω ότι το τμήμα AB εκφράζει την απόσταση των σημείων A, B και ευθεία ε που διέρχεται από το σημείο O και είναι παράλληλη με την ΓΔ.



α) Είναι $\frac{ΟΓ}{ΟΑ} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ και $\frac{ΟΔ}{ΟΒ} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$, άρα $\frac{ΟΓ}{ΟΑ} = \frac{ΟΔ}{ΟΒ} = \frac{1}{10}$ (1).

i. Οι παράλληλες ευθείες ε και ΓΔ τέμνονται από τις ΟΓ και ΟΔ στα σημεία Ο,Γ και Ο,Δ αντίστοιχα. Για τα σημεία Α και Β των ευθειών ΟΓ και ΟΔ αντίστοιχα ισχύει $\frac{ΟΓ}{ΟΑ} = \frac{ΟΔ}{ΟΒ}$ από σχέση (1). Επομένως σύμφωνα με το αντίστροφο του θεωρήματος του Θαλή προκύπτει ότι οι ευθείες ΓΔ και ΑΒ είναι παράλληλες.

ii. Από σχέση (1) έχουμε ότι $\frac{ΟΓ}{ΟΑ} = \frac{ΟΔ}{ΟΒ}$, δηλαδή τα τρίγωνα ΟΓΔ και ΟΑΒ έχουν δύο πλευρές ανάλογες μία προς μία και τις περιεχόμενες στις πλευρές αυτές γωνίες ίσες (κοινή η γωνία $\widehat{Ο}$), άρα είναι όμοια.

β) Εφόσον τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΓΔ είναι όμοια θα έχουν τις ομόλογες πλευρές τους ανάλογες, άρα $\frac{ΟΓ}{ΟΑ} = \frac{ΟΔ}{ΟΒ} = \frac{ΓΔ}{ΑΒ}$ με $\frac{ΟΓ}{ΟΑ} = \frac{ΟΔ}{ΟΒ} = \frac{1}{10}$ από τη σχέση (1), άρα $\frac{ΓΔ}{ΑΒ} = \frac{1}{10}$ ή $ΑΒ = 10 \cdot ΓΔ$.

Επομένως, ο ισχυρισμός του μαθητή είναι αληθής.