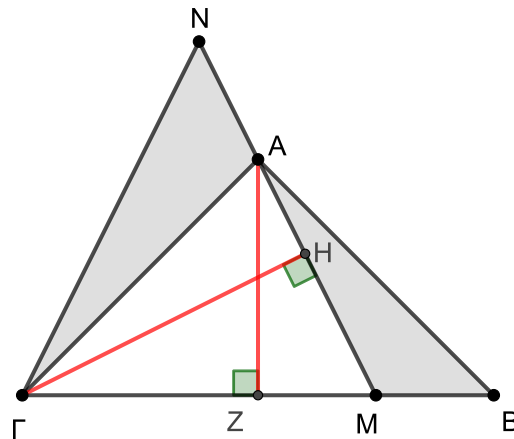


ΛΥΣΗ

α)



- i. Τα τρίγωνα AMB και AMΓ έχουν το ίδιο ύψος από την κορυφή A, το AZ, επομένως ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το λόγο των αντίστοιχων βάσεων.

$$\text{Άρα } \frac{(AMB)}{(AMΓ)} = \frac{MB}{MΓ} = \frac{1}{3}.$$

- ii. Είναι  $\frac{NA}{NM} = \frac{1}{4}$ , άρα  $NM = 4NA$  ή  $NA + AM = 4NA$  ή  $AM = 3NA$  ή  $\frac{NA}{AM} = \frac{1}{3}$ .

$$\text{Εναλλακτικά: } \frac{NA}{NM} = \frac{1}{4} \text{ ή } \frac{NA}{NM-NA} = \frac{1}{4-1} \text{ ή } \frac{NA}{AM} = \frac{1}{3}.$$

- iii. Τα τρίγωνα ANΓ και AMΓ έχουν το ίδιο ύψος από την κορυφή Γ, το ΓΗ, επομένως ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το λόγο των αντίστοιχων βάσεων.

$$\text{Άρα } \frac{(ANΓ)}{(AMΓ)} = \frac{NA}{AM} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Επίσης από το α) i) είναι } \frac{(AMB)}{(AMΓ)} = \frac{1}{3}, \text{ οπότε } \frac{(AMB)}{(AMΓ)} = \frac{(ANΓ)}{(AMΓ)} \text{ ή } (AMB) = (ANΓ).$$

- β) Είναι  $\frac{MB}{MΓ} = 1$ , άρα το M είναι το μέσο της ΒΓ, οπότε  $(AMB) = (AMΓ)$ , αφού έχουν ίσες βάσεις  $MB = MΓ$  και το ίδιο ύψος AZ. Όμως δίνεται  $(AMB) = (ANΓ)$ , άρα  $(AMΓ) = (ANΓ)$  και αφού έχουν το ίδιο ύψος ΓΗ, θα έχουν ίσες τις αντίστοιχες βάσεις  $NA = AM$ . Επομένως το A είναι το μέσο του NM άρα  $\frac{NA}{NM} = \frac{1}{2}$ .

