

ΛΥΣΗ

α) Είναι  $BA = BD = R$  και  $\Gamma\Delta = \Gamma E = \rho$ .

Επειδή το  $E$  είναι το μέσο της  $A\Gamma$ , είναι  $A\Gamma = 2\Gamma E = 2\rho$ .

Επίσης είναι  $B\Gamma = BD + \Delta\Gamma = R + \rho$ .

Από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) έχουμε

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$$

$$(R + \rho)^2 = R^2 + (2\rho)^2$$

$$R^2 + 2R\rho + \rho^2 = R^2 + 4\rho^2$$

$$2R\rho = 3\rho^2$$

$$\rho = \frac{2}{3}R.$$

β) Το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι

$$E_1 = \frac{1}{2}A\Gamma \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2\rho \cdot R = \frac{2}{3}R \cdot R = \frac{2}{3}R^2$$

και του κύκλου  $(B, R)$ ,  $E_2 = \pi R^2$ , άρα

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\pi R^2}{\frac{2}{3}R^2} = \frac{3\pi}{2}.$$

γ) Ο κυκλικός τομέας  $B\widehat{A\Delta}$  είναι ακτίνας  $R$  και γωνίας  $\hat{B} = \mu^\circ$ , οπότε το εμβαδόν του είναι

$$E_3 = \frac{\pi R^2 \mu}{360}.$$

Ο κυκλικός τομέας  $\Gamma\widehat{\Delta E}$  είναι ακτίνας  $\rho = \frac{2}{3}R$  και γωνίας  $\hat{\Gamma} = 90^\circ - \mu^\circ$ , οπότε το εμβαδόν του είναι

$$E_4 = \frac{\pi \rho^2 (90 - \mu)}{360} = \frac{4\pi R^2 (90 - \mu)}{9 \cdot 360}.$$

Άρα

$$\frac{E_4}{E_3} = \frac{4\pi R^2 (90 - \mu) \cdot 360}{9 \cdot 360 \cdot \pi R^2 \mu} = \frac{4(90 - \mu)}{9\mu}.$$