

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Με κέντρο το σημείο B και ακτίνα $R = BA$ γράφουμε τον κύκλο (B, R) ο οποίος τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο Δ . Με κέντρο το σημείο Γ και ακτίνα $\rho = \Gamma\Delta$ γράφουμε τον κύκλο (Γ, ρ) ο οποίος τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο E . Έστω ότι το E είναι το μέσο της $A\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι $\rho = \frac{2}{3}R$. (Μονάδες 8)

β) Έστω E_1 το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ και E_2 το εμβαδόν του κύκλου (B, R) . Να αποδείξετε ότι $\frac{E_2}{E_1} = \frac{3\pi}{2}$. (Μονάδες 8)

γ) Έστω $\hat{B} = \mu^\circ$ και E_3 και E_4 είναι το εμβαδά των κυκλικών τομέων $B\hat{A}\Delta$ και $\Gamma\hat{\Delta}E$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $\frac{E_4}{E_3} = \frac{4(90-\mu)}{9\mu}$. (Μονάδες 9)

