

ΛΥΣΗ

α) i) Τα τρίγωνα ΑΟΔ και ΑΚΔ έχουν την  $\widehat{ΚΑΔ}$  κοινή γωνία, άρα ο λόγος των εμβαδών τους, είναι ίσος με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τη γωνία αυτή. Επομένως

$$\frac{(ΑΟΔ)}{(ΑΚΔ)} = \frac{ΑΟ \cdot ΑΔ}{ΑΚ \cdot ΑΔ} = \frac{ΑΟ}{ΑΚ} = \frac{3}{4}, \text{ άρα } (ΑΟΔ) = \frac{3}{4} (ΑΚΔ).$$

ii) Τα τρίγωνα ΑΟΕ και ΑΚΕ έχουν την  $\widehat{ΚΑΕ}$  κοινή γωνία, άρα ο λόγος των εμβαδών τους, είναι ίσος με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τη γωνία αυτή. Επομένως

$$\frac{(ΑΟΕ)}{(ΑΚΕ)} = \frac{ΑΟ \cdot ΑΕ}{ΑΚ \cdot ΑΕ} = \frac{ΑΟ}{ΑΚ} = \frac{3}{4}, \text{ άρα } (ΑΟΕ) = \frac{3}{4} (ΑΚΕ).$$

iii) Από τα προηγούμενα ερωτήματα είναι  $(ΑΟΔ) = \frac{3}{4} (ΑΚΔ)$  και  $(ΑΟΕ) = \frac{3}{4} (ΑΚΕ)$ ,

επομένως θα έχουμε

$$(ΑΔΕ) = (ΑΟΔ) + (ΑΟΕ)$$

$$= \frac{3}{4} (ΑΚΔ) + \frac{3}{4} (ΑΚΕ)$$

$$= \frac{3}{4} [(ΑΚΔ) + (ΑΚΕ)]$$

$$= \frac{3}{4} (ΑΔΚΕ).$$

β) Το τετράπλευρο ΑΔΚΕ περιέχεται στο εσωτερικό του τριγώνου ΑΒΓ, άρα το εμβαδόν του ΑΔΚΕ είναι μικρότερο του εμβαδού του ΑΒΓ.

Άρα

$$(ΑΔΚΕ) < (ΑΒΓ)$$

$$\frac{3}{4} (ΑΔΚΕ) < \frac{3}{4} (ΑΒΓ)$$

$$(ΑΔΕ) < \frac{3}{4} (ΑΒΓ), \text{ από (α.iii)}$$

Επομένως δεν ισχύει  $(ΑΔΕ) = \frac{3}{4} (ΑΒΓ)$ .