

ΛΥΣΗ

Το εμβαδόν του τετραγώνου κήπου είναι $E = 10^2 = 100 \text{ m}^2$.

α) i. Ο κάθε ένας από τους δύο μηχανισμούς ποτίσματος ποτίζει έναν κυκλικό τομέα γωνίας 90° και ακτίνας 10m . Το εμβαδόν κάθε κυκλικού τομέα είναι

$$E_1 = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 90}{360} = 25\pi \text{ m}^2.$$

ii. Οι δύο μηχανισμοί ποτίσματος ποτίζουν ολόκληρο τον κήπο, ενώ μια περιοχή του κήπου ποτίζεται και από τους δύο μηχανισμούς. Αυτό σημαίνει ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο κυκλικών τομέων ισούται με το εμβαδόν του τετραγώνου αυξημένο κατά το εμβαδόν της περιοχής του κήπου που ποτίζεται από τους δύο μηχανισμούς. Άρα το εμβαδόν αυτής της περιοχής είναι

$$2E_1 - E = 50\pi - 100 = 50(\pi - 2) \text{ m}^2.$$

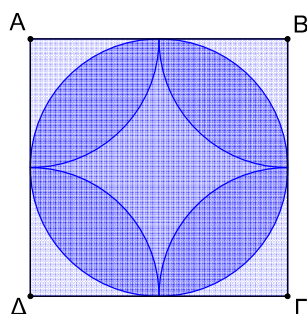
β) i. Ο κάθε ένας από τους τέσσερις μηχανισμούς ποτίσματος ποτίζει έναν κυκλικό τομέα γωνίας 90° και ακτίνας 5m . Το εμβαδόν κάθε κυκλικού τομέα είναι

$$E_2 = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 90}{360} = \frac{25\pi}{4} \text{ m}^2.$$

Το εμβαδόν της περιοχής που δεν ποτίζεται είναι

$$E - 4E_2 = 100 - 25\pi = 25(4 - \pi) \text{ m}^2.$$

ii.



Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου που ποτίζει ο πέμπτος μηχανισμός είναι

$$E_3 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi.$$

Οι πέντε μηχανισμοί ποτίσματος ποτίζουν ολόκληρο τον κήπο, ενώ τέσσερις περιοχές του κήπου ποτίζονται από δύο μηχανισμούς ταυτόχρονα. Αυτό σημαίνει ότι το άθροισμα των εμβαδών των τεσσάρων κυκλικών τομέων αυξημένο κατά το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου ισούται με το εμβαδόν του τετραγώνου αυξημένο κατά το εμβαδόν του κήπου που ποτίζεται από δύο μηχανισμούς. Άρα το εμβαδόν αυτό είναι

$$4E_1 + E_3 - E = 25\pi + 25\pi - 100 = 50(\pi - 2) \text{ m}^2.$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή του εμβαδού είναι ίση με αυτή του ερωτήματος α).