

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A\Delta E$ , που η κοινή κορυφή τους  $A$  βρίσκεται στο κέντρο τριών ομόκεντρων κύκλων  $(A, \rho_1)$ ,  $(A, \rho_2)$  και  $(A, \rho_3)$ , η κορυφή  $\Gamma$  βρίσκεται στον κύκλο  $(A, \rho_3)$ , οι κορυφές  $B$  και  $E$  στον κύκλο  $(A, \rho_2)$  και η κορυφή  $\Delta$  στον κύκλο  $(A, \rho_1)$ , όπως στο σχήμα, με  $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ . Ονομάζουμε  $E_{E\Gamma}$  το εμβαδόν του σκιασμένου δακτυλίου μεταξύ των κύκλων  $(A, \rho_2)$  και  $(A, \rho_3)$ ,  $E_1$  το εμβαδόν του κύκλου  $(A, \rho_1)$ ,  $E_2$  το εμβαδόν του κύκλου  $(A, \rho_2)$  και  $E_3$  το εμβαδόν του κύκλου  $(A, \rho_3)$ .

α) Αν  $\frac{E_{E\Gamma}}{E_2} = \frac{7}{9}$ , να αποδείξετε ότι:

i.  $\frac{\rho_2}{\rho_3} = \frac{3}{4}$ . (Μονάδες 07)

ii.  $\frac{E_2}{E_3} = \frac{9}{16}$ . (Μονάδες 05)

iii. Αν επιπλέον οι  $\Delta E$  και  $B\Gamma$  είναι παράλληλες να αποδείξετε ότι  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{3}{4}$ .

(Μονάδες 08)

β) Αν  $E_{E\Gamma} = E_2$  και επιπλέον οι  $\Delta E$  και  $B\Gamma$  είναι παράλληλες, να αποδείξετε ότι  $E_{\Delta B} = E_1$ , όπου  $E_{\Delta B}$  είναι το εμβαδόν του δακτυλίου μεταξύ των κύκλων  $(A, \rho_1)$  και  $(A, \rho_2)$ .

(Μονάδες 05)

