

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Στην πλευρά AB παίρνουμε σημείο Δ και στην πλευρά $A\Gamma$ σημείο E ώστε $AE = AB$. Με κέντρο το σημείο A και ακτίνες $\rho = A\Delta$, $r = AB = AE$ και $R = A\Gamma$ γράφουμε τρεις ομόκεντρους κύκλους (A, ρ) , (A, r) και (A, R) όπως στο σχήμα. Έστω $E_{E\Gamma}$ το εμβαδόν του σκιασμένου δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A, r) και (A, R) , $E_{\Delta B}$ το εμβαδόν του δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A, ρ) και (A, r) , E_{AE} το εμβαδόν του κύκλου (A, r) και $E_{A\Delta}$ το εμβαδόν του κύκλου (A, ρ) .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\frac{E_{E\Gamma}}{E_{AE}} = \frac{R^2 - r^2}{r^2}$ (Μονάδες 10)

ii. $\frac{E_{\Delta B}}{E_{A\Delta}} = \frac{r^2 - \rho^2}{\rho^2}$ (Μονάδες 07)

β) Αν επιπλέον οι ΔE και $B\Gamma$ είναι παράλληλες, να αποδείξετε ότι:

$$\frac{E_{E\Gamma}}{E_{AE}} = \frac{E_{\Delta B}}{E_{A\Delta}}$$

(Μονάδες 08)

