

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με E και Z τα μέσα των πλευρών του $A\Gamma$ και AB , αντίστοιχα.

α) Αν επιπλέον το ευθύγραμμο τμήμα $A\Delta$ ενώνει την κορυφή A του τριγώνου $AB\Gamma$ και το μέσο Δ της απέναντι πλευράς $B\Gamma$, όπως στο σχήμα, να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα $E\Delta\Gamma$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{1}{2}$.

ii. Για το εμβαδόν $(AE\Delta Z)$ του τετραπλεύρου $AE\Delta Z$ ισχύει ότι $(AE\Delta Z) = (AB\Gamma) - 2(E\Delta\Gamma)$.

iii. Το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AE\Delta Z$ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 18)

β) Αν το σημείο Δ είναι τυχαίο εσωτερικό σημείο της πλευράς $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$, τότε ισχύει ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AE\Delta Z$ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του τριγώνου

$AB\Gamma$;

(Μονάδες 07)

