

ΘΕΜΑ 4

Έστω E σημείο στην πλευρά $ΓΑ$ του τριγώνου $ΑΒΓ$. Από το E φέρνουμε παράλληλη στην πλευρά $ΒΓ$ του $ΑΒΓ$ η οποία τέμνει την πλευρά $ΑΒ$ στο σημείο $Δ$ και παίρνουμε σημείο Z στην προέκταση $Αχ$ της πλευράς $ΓΑ$ του τριγώνου $ΑΒΓ$ ώστε να είναι $AZ = AE$, όπως στο σχήμα.

α) Έστω $ΑΓ = 3ΑΕ$. Να αποδείξετε ότι:

i. Το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΔΕ$ είναι ίσο με το $\frac{1}{9}$ του εμβαδού του τριγώνου $ΑΒΓ$.

(Μονάδες 07)

ii. Το εμβαδόν του τριγώνου $ΔΕΖ$ είναι ίσο με τα $\frac{2}{9}$ του εμβαδού του τριγώνου $ΑΒΓ$.

(Μονάδες 10)

β) Αν το εμβαδόν του $ΔΕΖ$ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του $ΑΒΓ$, να υπολογίσετε το λόγο

$$\frac{AE}{AG}.$$

(Μονάδες 08)

