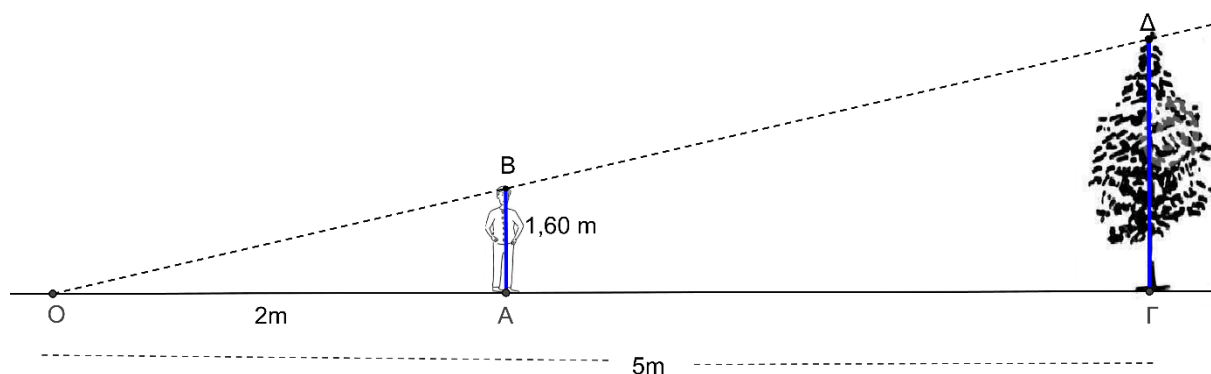


ΛΥΣΗ

α)



i. Από τα δεδομένα έχουμε ότι οι σκιές OA και OΓ έχουν τον ίδιο φορέα OΓ και τα ύψη είναι κάθετα σε αυτόν. Οπότε τα τρίγωνα AOB και ΓOD είναι ορθογώνια με $\widehat{OAB} = \widehat{O\Gamma\Delta} = 90^\circ$ και έχουν την οξεία γωνία \widehat{O} κοινή, άρα θα είναι όμοια γιατί ως ορθογώνια έχουν μια οξεία γωνίας τους ίση.

Αφού τα τρίγωνα AOB και ΓOD είναι όμοια θα έχουν τις ομόλογες πλευρές τους ανάλογες, δηλαδή θα ισχύει:

$$\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{OB}{OD} = \frac{OA}{O\Gamma} = \frac{2}{5} \quad (1)$$

Άρα, ο λόγος ομοιότητας λ των τριγώνων AOB και ΓOD είναι $\lambda = \frac{2}{5}$.

ii. Από τη σχέση (1) και με αντικατάσταση των δεδομένων θα έχουμε ότι:

$$\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{OA}{O\Gamma} = \frac{2}{5} \quad \text{ή} \quad \frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{2}{5} \quad \text{ή} \quad \frac{1,60}{\Gamma\Delta} = \frac{2}{5} \quad \text{ή} \quad \Gamma\Delta = \frac{1,6 \cdot 5}{2} = 4.$$

Άρα το ύψος του δέντρου είναι 4 m.

β) Όσο ο ήλιος δημιουργεί σκιές κατά τη διάρκεια της ημέρας, καθώς κινείται από την ανατολή προς τη δύση, για να συνεχίσουν οι σκιές του μαθητή και του δέντρου να έχουν το ίδιο άκρο (προϋπόθεση του προβλήματος), θα πρέπει ο μαθητής να αλλάζει θέση ως προς τη θέση του δέντρου που παραμένει σταθερή, έτσι ώστε το κοινό άκρο των σκιών, η θέση του μαθητή και η θέση του δέντρου, θεωρούμενα ως σημεία O, A και Γ αντίστοιχα, να είναι συνευθειακά.

Αυτό σημαίνει ότι τα μήκη των σκιών OA και OΓ του μαθητή και του δέντρου θα αλλάζουν. Οι γωνίες \widehat{A} και $\widehat{\Gamma}$ που σχηματίζουν τα ύψη AB, ΓΔ του μαθητή και του δέντρου με την ευθεία OΓ θα είναι ορθές.

Το μέτρο της γωνίας \widehat{O} με κορυφή τα κοινά άκρα των σκιών θα αλλάζει, καθώς θα αλλάζει η θέση του ήλιου, αλλά θα συνεχίσει να είναι κοινή γωνία των ορθογώνιων τριγώνων με

κάθετες πλευρές τα ύψη AB , $\Gamma\Delta$ του μαθητή και του δέντρου και των αντίστοιχων σκιών OA και $ΟΓ$ που τα ύψη δημιουργούν.

Συνεπώς, τα ορθογώνια τρίγωνα OAB και $ΟΓ\Delta$ σε κάθε περίπτωση θα παραμένουν όμοια και θα ισχύει η αναλογία των ομόλογων πλευρών τους, δηλαδή $\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{OB}{O\Delta} = \frac{OA}{O\Gamma}$ και εφόσον είναι γνωστά τα μήκη των σκιών, μπορεί να υπολογιστεί το ύψος του δέντρου.

Άρα, ο μαθητής μπορεί να χρησιμοποιήσει την ίδια μέθοδο για να μετρήσει το ύψος του δέντρου μια άλλη ώρα της ημέρας.

