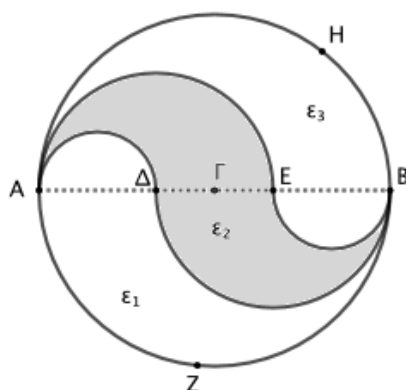


ΛΥΣΗ



α) Από την εκφώνηση έχουμε ότι:

$$A\Delta = \Delta E = EB = \frac{AB}{3} = \frac{2R}{3}$$

Τα ημικύκλια $\widehat{A\Delta}$ και \widehat{BE} έχουν ακτίνα

$$\rho_1 = \frac{A\Delta}{2} = \frac{R}{3}$$

και εμβαδόν

$$\varepsilon = \frac{\pi \rho_1^2 180^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \left(\frac{R}{3}\right)^2 180^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi R^2}{18}$$

Τα ημικύκλια \widehat{AE} και \widehat{BD} έχουν ακτίνα

$$\rho_2 = \frac{AE}{2} = A\Delta = \frac{2R}{3}$$

και εμβαδόν

$$\tau = \frac{\pi \rho_2^2 180^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \left(\frac{2R}{3}\right)^2 180^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi R^2}{9}$$

Τα ημικύκλια \widehat{AHB} και \widehat{AZB} έχουν ακτίνα R και εμβαδόν

$$\sigma = \frac{\pi R^2}{2}$$

Οπότε, τα καμπυλόγραμμα σχήματα $A\Delta BZ$ και $BEAH$ έχουν εμβαδόν

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \sigma + \varepsilon - \tau = \frac{\pi R^2}{2} + \frac{\pi R^2}{18} - \frac{2\pi R^2}{9} = \frac{9\pi R^2}{18} + \frac{\pi R^2}{18} - \frac{4\pi R^2}{18} = \frac{6\pi R^2}{18} = \frac{\pi R^2}{3}$$

β) Το εμβαδόν του κύκλου με διάμετρο AB είναι

$$E = \pi R^2$$

Επομένως, το καμπυλόγραμμο σχήμα $A\Delta BE$ έχει εμβαδόν

$$\varepsilon_2 = E - \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = \pi R^2 - \frac{\pi R^2}{3} - \frac{\pi R^2}{3} = \frac{\pi R^2}{3}$$

γ) Παρατηρούμε ότι

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{\pi R^2}{3} = \frac{E}{3}$$

Άρα, ο κύκλος χωρίζεται σε τρία ισοδύναμα καμπυλόγραμμα σχήματα.