

#### ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα τρεις κυκλικοί τροχοί με ίσες ακτίνες μήκους  $R$ , έχουν τα κέντρα τους στις κορυφές τριγώνου  $AB\Gamma$  με πλευρές  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$ . Ένας τεντωμένος ιμάντας μήκους  $L$  συνδέει τους τρεις ίσους τροχούς όπως στο σχήμα και εφάπτεται σε αυτούς στα σημεία  $K$ ,  $\Lambda$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $\Sigma$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Το τετράπλευρο  $\Lambda M\Gamma$  είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 4)
- ii. Η κυρτή γωνία  $\widehat{K\Lambda\Lambda}$  και η γωνία  $\widehat{A}$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι παραπληρωματικές. (Μονάδες 4)

β) Αν  $\widehat{K\Lambda\Lambda} = \widehat{\omega}$ ,  $\widehat{\Sigma\hat{B}P} = \widehat{\theta}$ ,  $\widehat{M\hat{\Gamma}N} = \widehat{\varphi}$ , να αποδείξετε ότι  $\widehat{\omega} + \widehat{\theta} + \widehat{\varphi} = 360^\circ$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι το μήκος του ιμάντα  $L$  είναι  $L = 2(\tau + \pi R)$  όπου  $\tau$  είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου  $AB\Gamma$ . (Μονάδες 9)

