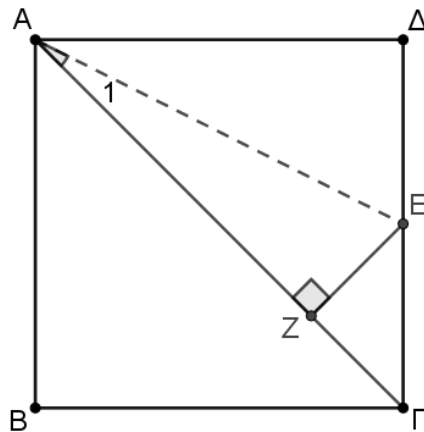


ΛΥΣΗ



α)

- i. Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο AΔΓ:

$$A\Gamma^2 = A\Delta^2 + \Delta\Gamma^2 = \alpha^2 + \alpha^2 = 2\alpha^2, \text{ άρα } A\Gamma = \alpha\sqrt{2}.$$

ii.  $\Delta E = \frac{\Delta\Gamma}{2} = \frac{\alpha}{2}.$

Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο AΔΕ:

$$A\epsilon^2 = A\Delta^2 + \Delta E^2 = \alpha^2 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = \alpha^2 + \frac{\alpha^2}{4} = \frac{5\alpha^2}{4}, \text{ άρα } A\epsilon = \alpha \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

β) Η προβολή του AΕ στην AΓ είναι το τμήμα AZ.

Η γωνία  $\hat{A}_1$  είναι οξεία γωνία επειδή οι πλευρές της περιέχονται στην ορθή γωνία  $\hat{B\hat{A}D}$  του τετραγώνου.

$$\epsilon\Gamma = \frac{\Delta\Gamma}{2} = \frac{\alpha}{2}.$$

Εφαρμόζουμε το γενικευμένο Πυθαγόρειο θεώρημα στο AΕΓ:

$$\epsilon\Gamma^2 = A\epsilon^2 + A\Gamma^2 - 2 \cdot A\Gamma \cdot AZ \text{ ή } \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = \left(\frac{\alpha\sqrt{5}}{2}\right)^2 + (\alpha\sqrt{2})^2 - 2 \cdot \alpha\sqrt{2} \cdot AZ \text{ ή}$$

$$\frac{\alpha^2}{4} = \frac{5\alpha^2}{4} + 2\alpha^2 - 2\alpha\sqrt{2} \cdot AZ \text{ ή } \alpha^2 = 5\alpha^2 + 8\alpha^2 - 8\alpha\sqrt{2} \cdot AZ \text{ ή}$$

$$8\alpha\sqrt{2} \cdot AZ = 5\alpha^2 + 8\alpha^2 - \alpha^2 = 12\alpha^2 \text{ ή } AZ = \frac{12\alpha^2}{8\alpha\sqrt{2}} = \frac{3\alpha}{2\sqrt{2}} = \frac{3\alpha\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{3\alpha\sqrt{2}}{4}.$$