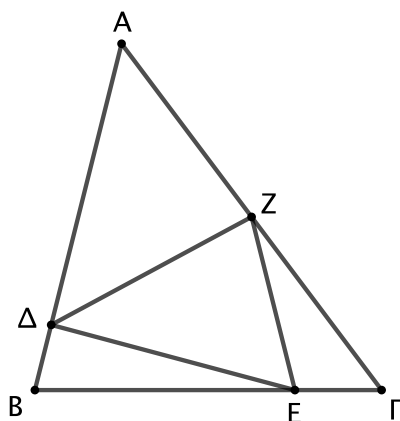


ΛΥΣΗ



α) Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης έχουμε:

$$\Delta B = \frac{1}{5} AB, \text{ οπότε } A\Delta = \frac{4}{5} AB$$

$$ΕΓ = \frac{1}{4} B\Gamma, \text{ οπότε } BΕ = \frac{3}{4} B\Gamma$$

$$ΖΓ = \frac{1}{2} ΑΓ, \text{ οπότε } ΑΖ = \frac{1}{2} ΑΓ$$

Τα τρίγωνα ΔΒΕ και ΑΒΓ έχουν κοινή τη γωνία \hat{B} . Οπότε, ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με τον λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τη γωνία \hat{B} σε καθένα από τα τρίγωνα. Έτσι είναι:

$$\frac{(ΔΒΕ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{\Delta B \cdot BΕ}{AB \cdot B\Gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{(ΔΒΕ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{\frac{1}{5} AB \cdot \frac{3}{4} B\Gamma}{AB \cdot B\Gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{(ΔΒΕ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{3}{20}$$

Τα τρίγωνα ΕΓΖ και ΑΒΓ έχουν κοινή τη γωνία $\hat{\Gamma}$. Οπότε, ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με τον λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τη γωνία $\hat{\Gamma}$ σε καθένα από τα τρίγωνα. Έτσι είναι:

$$\frac{(ΕΓΖ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{ΕΓ \cdot ΖΓ}{B\Gamma \cdot ΑΓ} \quad \text{ή} \quad \frac{(ΕΓΖ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{\frac{1}{4} B\Gamma \cdot \frac{1}{2} ΑΓ}{B\Gamma \cdot ΑΓ} \quad \text{ή} \quad \frac{(ΕΓΖ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{1}{8}$$

Τα τρίγωνα ΖΑΔ και ΑΒΓ έχουν κοινή τη γωνία \hat{A} . Οπότε, ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με τον λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τη γωνία \hat{A} σε καθένα από τα τρίγωνα. Έτσι είναι:

$$\frac{(ΖΑΔ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{A\Delta \cdot ΑΖ}{AB \cdot ΑΓ} \quad \text{ή} \quad \frac{(ΖΑΔ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{\frac{4}{5} AB \cdot \frac{1}{2} ΑΓ}{AB \cdot ΑΓ} \quad \text{ή} \quad \frac{(ΖΑΔ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

β) Από το σχήμα έχουμε ότι:

$$(\text{AB}\Gamma) = (\Delta\text{BE}) + (\text{E}\Gamma\text{Z}) + (\text{ZA}\Delta) + (\Delta\text{EZ})$$

Από το προηγούμενο ερώτημα είναι:

$$(\Delta\text{BE}) = \frac{3}{20}(\text{AB}\Gamma) = \frac{3}{20} \cdot 120 = 18$$

$$(\text{E}\Gamma\text{Z}) = \frac{1}{8}(\text{AB}\Gamma) = \frac{1}{8} \cdot 120 = 15$$

$$(\text{ZA}\Delta) = \frac{4}{10}(\text{AB}\Gamma) = \frac{2}{5} \cdot 120 = 48$$

Οπότε:

$$(\text{AB}\Gamma) = 18 + 15 + 48 + (\Delta\text{EZ}) \quad \text{ή} \quad (\Delta\text{EZ}) = 39$$