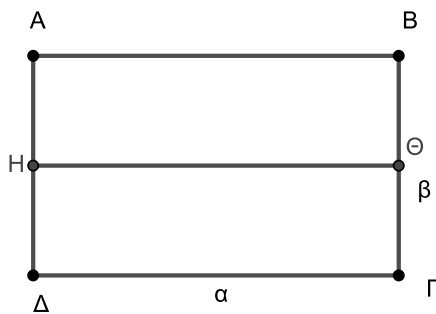
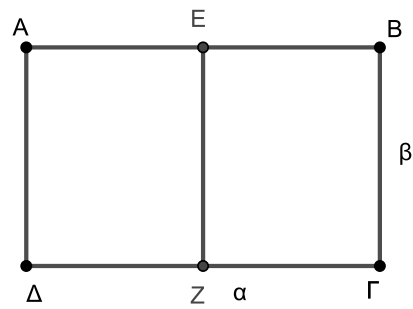


ΛΥΣΗ

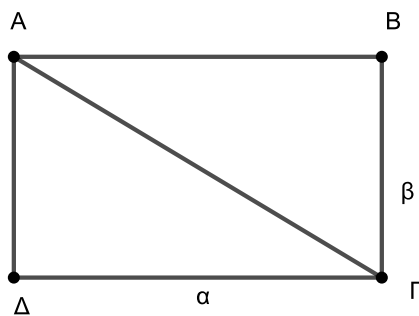
α)



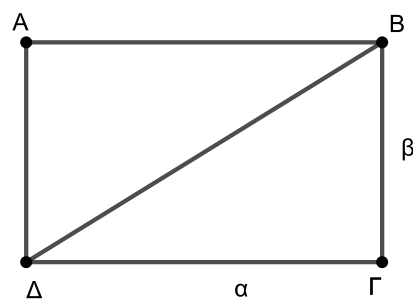
1^η περίπτωση



2^η περίπτωση



3^η περίπτωση



4^η περίπτωση

Κάποιοι τρόποι με τους οποίους μπορεί να χωριστεί ένα ορθογώνιο σε δύο ισεμβαδικά χωρία είναι είτε φέροντας τις μεσοπαράλληλες των απέναντι πλευρών του ορθογωνίου είτε τις διαγώνιές του. Οι δύο πρώτες περιπτώσεις όπως και η 3^η και 4^η θεωρούνται διαφορετικές αφού το χωρίο είναι κήπος και έχει σημασία ο προσανατολισμός του.

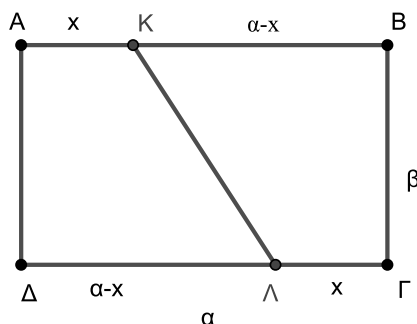
Αν $AB = \Gamma\Delta = \alpha$ και $A\Delta = B\Gamma = \beta$ τότε $(AB\Gamma\Delta) = \alpha \cdot \beta$.

Στην 1^η περίπτωση έχουμε $(AB\Theta H) = (H\Theta\Gamma\Delta) = \alpha \cdot \frac{\beta}{2} = \frac{(AB\Gamma\Delta)}{2}$.

Στην 2^η περίπτωση έχουμε $(AEZ\Delta) = (EB\Gamma Z) = \frac{\alpha}{2} \cdot \beta = \frac{(AB\Gamma\Delta)}{2}$.

Στην 3^η και 4^η περίπτωση τα τρίγωνα που δημιουργούνται από κάθε διαγώνιο γνωρίζουμε ότι είναι ίσα, άρα και ισοδύναμα με $(AB\Gamma) = (A\Delta\Gamma) = (AB\Delta) = (B\Gamma\Delta) = \frac{1}{2} \alpha \cdot \beta = \frac{(AB\Gamma\Delta)}{2}$.

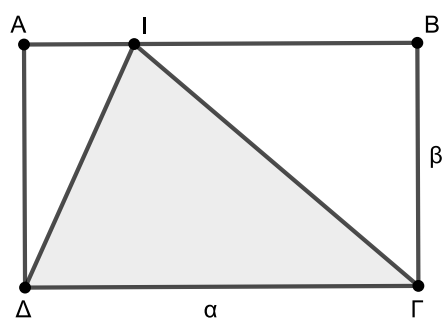
Ένας άλλος τρόπος που μπορεί επίσης να χωριστεί το ορθογώνιο σε δύο ισεμβαδικά χωρία είναι ο εξής:



Θεωρούμε ένα σημείο Κ στην πλευρά ΑΒ και ένα σημείο Λ στην απέναντι πλευρά ΓΔ τέτοια ώστε $AK = GL$. Αν $AK = GL = x$, τότε $KB = LD = \alpha - x$. Τα δύο τραπέζια ΑΚΛΔ και ΓΛΚΒ έχουν ίσες τις βάσεις τους και το ύψος τους είναι η διάσταση ΑΔ του ορθογωνίου. Οπότε $(AKLD) = (GLKB) = \frac{x + \alpha - x}{2} \cdot \beta = \frac{\alpha}{2} \cdot \beta = \frac{(ABGD)}{2}$.

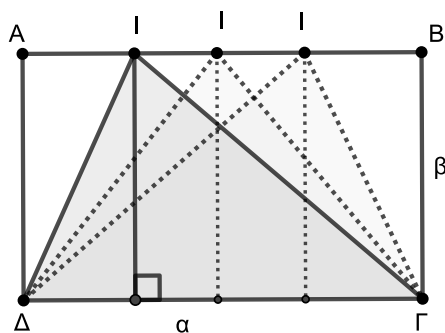
β)

i.



Έστω ότι το εσωτερικό σημείο μιας πλευράς του ορθογωνίου είναι το σημείο Ι, τότε οι απέναντι κορυφές είναι οι Γ και Δ. Οπότε σχηματίζεται το τρίγωνο ΙΔΓ που η πλευρά του ΔΓ είναι το μήκος α του ορθογωνίου και το ύψος προς αυτή είναι η απόσταση του Ι από τη ΔΓ, δηλαδή η άλλη διάσταση του ορθογωνίου που ισούται με β. Άρα $(IDG) = \frac{1}{2} \alpha \cdot \beta = \frac{(ABGD)}{2}$.

ii.



Έστω ότι η θέση του σημείου I μεταβάλλεται και μπορεί να είναι οποιοδήποτε εσωτερικό σημείο της πλευράς AB . Σε κάθε τέτοια μετακίνηση του σημείου I , το τρίγωνο που σχηματίζεται έχει εμβαδό το μισό του αρχικού ορθογωνίου όπως αποδείχθηκε στο β) i. ερώτημα. Και οι θέσεις του I είναι τα άπειρα εσωτερικά σημεία της πλευράς AB .