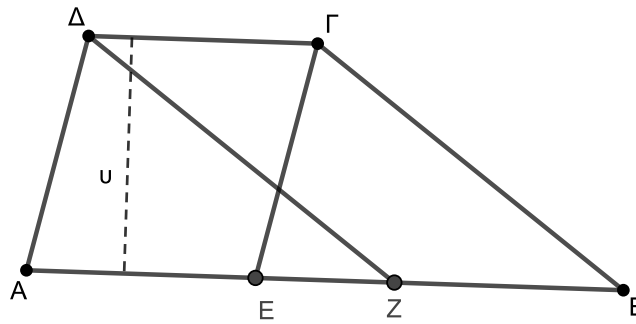


ΛΥΣΗ



α) Τα τετράπλευρα ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ έχουν τις απέναντι πλευρές τους ανά δύο παράλληλες, άρα είναι παραλληλόγραμμα. Για τα εμβαδά τους έχουμε :

$(ΑΔΓΕ) = ΔΓ \cdot u$ (1), όπου u είναι το ύψος του τραπεζίου ή αλλιώς η απόσταση των βάσεων του.

$(ΒΓΔΖ) = ΔΓ \cdot u$ (2), όπου u είναι το ύψος του τραπεζίου.

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι τα τετράπλευρα ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ είναι ισεμβαδικά.

β) Το τετράπλευρο ΑΔΓΕ έχει περίμετρο $\Pi_1 = ΑΔ + ΔΓ + ΓΕ + ΕΑ$, αλλά οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες αφού είναι παραλληλόγραμμα, οπότε $\Pi_1 = 2 \cdot ΑΔ + 2 \cdot ΔΓ$.

Το τετράπλευρο ΒΓΔΖ είναι επίσης παραλληλόγραμμα οπότε έχει περίμετρο $\Pi_2 = ΒΓ + ΔΓ + ΔΖ + ΖΒ = 2 \cdot ΒΓ + 2 \cdot ΔΓ$.

γ) Από το ερώτημα α) έχουμε ότι τα τετράπλευρα ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ έχουν ίσα εμβαδά ανεξάρτητα από τη μορφή που έχει το αρχικό τραπέζιο. Για να έχουν και ίσες περιμέτρους θα πρέπει $ΑΔ = ΒΓ$, δηλαδή το αρχικό τραπέζιο να έχει τις μη παράλληλες πλευρές του ίσες, οπότε το τραπέζιο ΑΒΓΔ πρέπει να είναι ισοσκελές.