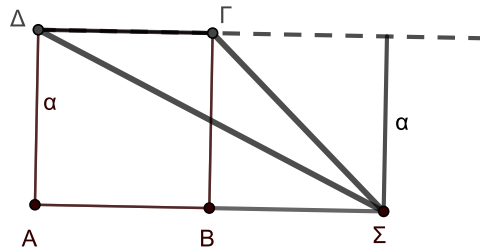


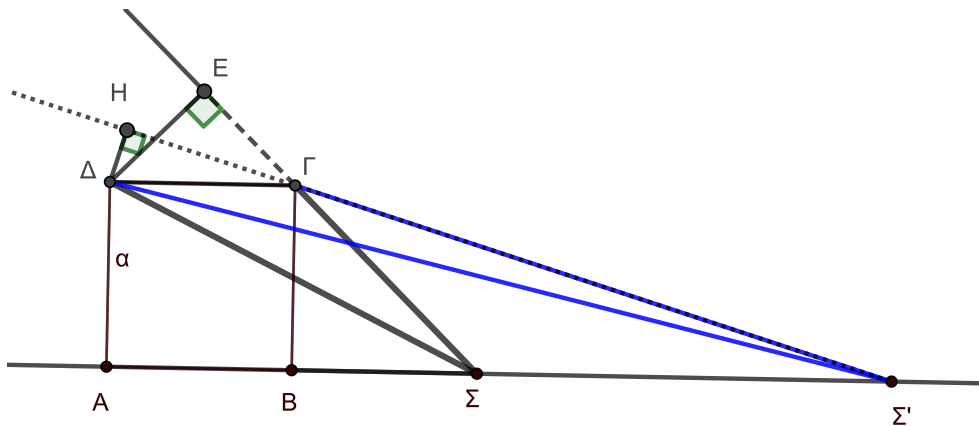
# ΛΥΣΗ

α)



- i. Για να υπολογίσουμε το εμβαδό του τριγώνου  $\Sigma\Delta\Gamma$  μπορούμε να πάρουμε ως βάση την πλευρά  $\Delta\Gamma$ , οπότε το ύψος είναι η απόσταση της κορυφής  $\Sigma$  από την ευθεία  $\Delta\Gamma$  που είναι ίση με  $\alpha$ . Άρα  $(\Sigma\Delta\Gamma) = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha = \frac{\alpha^2}{2}$ .
- ii. Από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο  $\Sigma B\Gamma$  έχουμε  $\Sigma\Gamma^2 = \Sigma B^2 + B\Gamma^2$  ή  $\Sigma\Gamma^2 = \alpha^2 + \alpha^2$  ή  $\Sigma\Gamma^2 = 2\alpha^2$  ή  $\Sigma\Gamma = \alpha\sqrt{2}$ .

β)



- i. Τα τρίγωνα  $\Sigma'\Delta\Gamma$  και  $\Sigma\Delta\Gamma$  έχουν κοινή βάση τη  $\Delta\Gamma$  και ύψος ίσο με την απόσταση των παραλλήλων πλευρών  $AB$  και  $\Delta\Gamma$ , αφού οι κορυφές τους  $\Sigma$  και  $\Sigma'$  βρίσκονται στην ευθεία  $AB \parallel \Delta\Gamma$ . Οπότε τα τρίγωνα αυτά έχουν και ίσα εμβαδά.

$$(\Sigma'\Delta\Gamma) = (\Sigma\Delta\Gamma) = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha = \frac{\alpha^2}{2}.$$

- ii. Από το σημείο  $\Gamma$  έχουμε το κάθετο τμήμα  $\Gamma B$  προς την ευθεία  $AB$  και τα πλάγια  $\Gamma\Sigma$  και  $\Gamma\Sigma'$ . Τα ίχνη  $\Sigma$  και  $\Sigma'$  των πλάγιων τμημάτων  $\Gamma\Sigma$  και  $\Gamma\Sigma'$  αντίστοιχα είναι τέτοια ώστε οι αποστάσεις τους από το ίχνος  $B$  του κάθετου  $\Gamma B$  να είναι

άνισες και συγκεκριμένα  $B\Sigma' > B\Sigma$ , οπότε και τα αντίστοιχα πλάγια είναι ομοίως άνισα δηλαδή  $\Gamma\Sigma' > \Gamma\Sigma$ .

- iii. Η απόσταση του σημείου Δ από την ευθεία ΣΓ είναι ίση με το μήκος του τμήματος ΔΕ και η απόσταση του σημείου Δ από την ευθεία Σ'Γ είναι ίση με το μήκος του τμήματος ΔΗ. Ισχύει  $(\Sigma'\Delta\Gamma) = \frac{1}{2} \cdot \Sigma'\Gamma \cdot \Delta\text{H}$  και  $(\Sigma\Delta\Gamma) = \frac{1}{2} \cdot \Sigma\Gamma \cdot \Delta\text{E}$ .

Δείξαμε στο ερώτημα βi) ότι τα τρίγωνα Σ'ΔΓ και ΣΔΓ είναι ισεμβαδικά οπότε θα έχουμε:

$$\frac{1}{2} \cdot \Sigma'\Gamma \cdot \Delta\text{H} = \frac{1}{2} \cdot \Sigma\Gamma \cdot \Delta\text{E} \text{ ή } \Sigma'\Gamma \cdot \Delta\text{H} = \Sigma\Gamma \cdot \Delta\text{E} \text{ ή } \frac{\Sigma'\Gamma}{\Sigma\Gamma} = \frac{\Delta\text{E}}{\Delta\text{H}} \text{ και επειδή } \Sigma'\Gamma > \Sigma\Gamma$$

θα έχουμε  $\Delta\text{E} > \Delta\text{H}$ . Δηλαδή η απόσταση του σημείου Δ από την ευθεία Σ'Γ είναι μικρότερη από την απόσταση του σημείου Δ από την ευθεία ΣΓ.