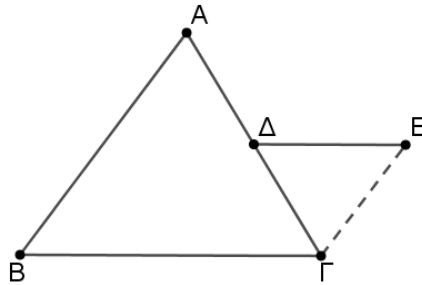


## ΛΥΣΗ

α)

- i. Τα τρίγωνα ΔΕΓ και ΑΒΓ έχουν τις γωνίες τους  $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta}$ , γιατί είναι εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΔΕ και ΒΓ που τέμνονται από την ΔΓ. Επομένως ο λόγος των εμβαδών τους θα ισούται με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές:  $\frac{(\Delta \epsilon \Gamma)}{(\text{ΑΒΓ})} = \frac{\Delta \epsilon \cdot \Delta \Gamma}{\text{ΑΓ} \cdot \text{ΒΓ}} = \frac{\Delta \epsilon \cdot \Delta \Gamma}{2\Delta \Gamma \cdot \text{ΒΓ}} = \frac{\Delta \epsilon}{2\text{ΒΓ}}$  (1), γιατί από υπόθεση ΑΓ = 2ΔΓ.



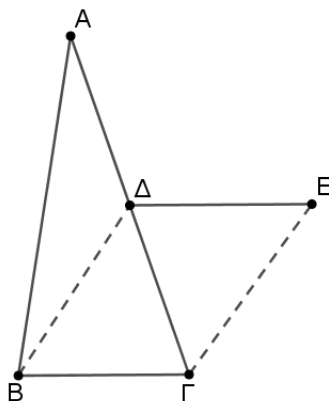
- ii. Αν ΔΕΓΒ παραλληλόγραμμο, τότε ΔΕ = ΒΓ. Επομένως η (1) γίνεται

$$\frac{(\Delta \epsilon \Gamma)}{(\text{ΑΒΓ})} = \frac{\Delta \epsilon}{2\text{ΒΓ}} = \frac{\text{ΒΓ}}{2\text{ΒΓ}} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Στο τρίγωνο ΑΒΓ η διάμεσος ΒΔ χωρίζει το τρίγωνο σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα, τα ΑΒΔ και ΒΔΓ. Επομένως το καθένα από αυτά θα έχει το μισό εμβαδόν του ΑΒΓ.

$$\frac{(\text{ΑΒΔ})}{(\text{ΑΒΓ})} = \frac{1}{2} \quad (3).$$

Από (2) και (3) συμπεραίνουμε ότι  $(\Delta \epsilon \Gamma) = (\text{ΑΒΔ})$ .



- β) Ο μαθητής για να αποδείξει ότι τα τρίγωνα είναι όμοια χρησιμοποιεί το επιχείρημα ότι έχουν δύο πλευρές τους ανάλογες μία προς μια και τις γωνίες  $\hat{\Delta}$  και  $\hat{\Gamma}$  ίσες. Για να εξασφαλίσουμε όμως την ομοιότητα από το κριτήριο θα έπρεπε οι γωνίες να είναι οι

περιεχόμενες των ανάλογων πλευρών, πράγμα το οποίο εδώ δεν συμβαίνει. Οι περιεχόμενες γωνίες στις πλευρές ΔΕ, ΔΓ και ΑΒ, ΑΓ είναι οι  $\hat{\Delta}$  και  $\hat{A}$ .