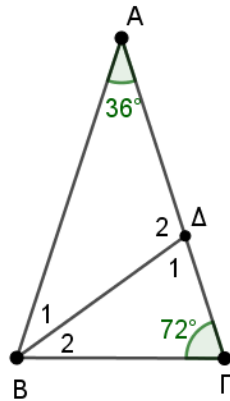


## ΛΥΣΗ



α) Στο ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι  $AB = A\Gamma$ , οπότε  $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ . Όμως  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$ ,

άρα  $36^\circ + 2\hat{B} = 180^\circ$  και τελικά  $\hat{B} = \hat{\Gamma} = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ$ .

Η  $BD$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{B}$ , οπότε  $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$  (1).

$\hat{A} = \hat{B}_1 = 36^\circ$ , άρα το τρίγωνο  $ABD$  είναι ισοσκελές με  $AD = BD$  (2).

$\hat{\Delta}_1 = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$ , σαν εξωτερική γωνία του  $ABD$ , επομένως το τρίγωνο  $B\Delta\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $BD = B\Gamma$  (3).

i. Τα τρίγωνα  $B\Delta\Gamma$  και  $AB\Gamma$  έχουν:

$\hat{\Gamma}$  κοινή γωνία,

$\hat{A} = \hat{B}_2 = \frac{\hat{B}}{2} = 36^\circ$ , από (1).

Επομένως είναι όμοια, διότι έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία.

ii. Οι ομόλογες πλευρές των όμοιων τριγώνων του προηγούμενου ερωτήματος φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

	Ίσες γωνίες		
	$\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}$	$\hat{B}_2 = \hat{A}$	$\hat{\Delta}_1 = \hat{B}$
Απέναντι πλευρά στο τρίγωνο $B\Delta\Gamma$	$B\Delta$	$\Delta\Gamma$	$B\Gamma$
Απέναντι πλευρά στο τρίγωνο $AB\Gamma$	$AB$	$B\Gamma$	$A\Gamma$

Επομένως οι λόγοι θα είναι  $\frac{B\Gamma}{A\Gamma} = \frac{\Delta\Gamma}{B\Gamma} = \frac{B\Delta}{AB}$ .

β) Τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $\Delta B\Gamma$  έχουν τις γωνίες  $\hat{\Delta}_1, \hat{\Delta}_2$  παραπληρωματικές. Ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων θα ισούται με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν

αυτές τις γωνίες, δηλαδή  $\frac{(AB\Delta)}{(\Delta B\Gamma)} = \frac{A\Delta \cdot B\Delta}{\Delta\Gamma \cdot B\Delta} = \frac{A\Delta}{\Delta\Gamma}$ .

Όμως  $\frac{(AB\Delta)}{(\Delta B\Gamma)} = 3$ , οπότε  $\frac{A\Delta}{\Delta\Gamma} = 3$  ή  $A\Delta = 3\Delta\Gamma$ . Το  $\Delta$  θα χωρίζει το  $A\Gamma$  σε δύο τμήματα  $A\Delta$  και

$\Delta\Gamma$  με λόγο 3:1.