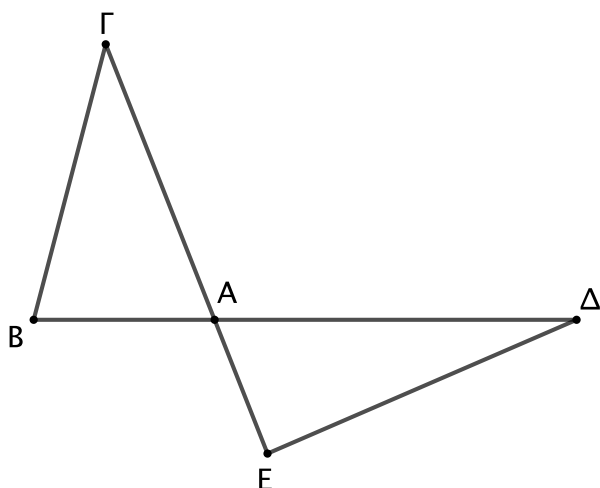


## ΛΥΣΗ



α) Τα τρίγωνα AΔΕ και ABΓ έχουν  $\widehat{DAΕ} = \widehat{BAΓ}$  (ως κατακορυφήν), οπότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με τον λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές, δηλαδή:

$$\frac{(AΔΕ)}{(ABΓ)} = \frac{AΔ \cdot AΕ}{AB \cdot AΓ} = \frac{2AB \cdot \frac{1}{2}AΓ}{AB \cdot AΓ} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

Επομένως,  $(AΔΕ) = (ABΓ)$ , δηλαδή τα τρίγωνα AΔΕ και ABΓ είναι ισοδύναμα.

β) Αν προεκτείνουμε τις πλευρές BA και ΓA κατά τμήματα είναι  $AΔ = \mu \cdot AB$  και  $AΕ = \nu \cdot AΓ$  αντίστοιχα, όπου  $\mu, \nu$  είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί, τότε θα έχουμε:

$$\frac{(AΔΕ)}{(ABΓ)} = \frac{AΔ \cdot AΕ}{AB \cdot AΓ} = \frac{\mu \cdot AB \cdot \nu \cdot AΓ}{AB \cdot AΓ} = \mu \cdot \nu$$

Αφού τα τρίγωνα AΔΕ και ABΓ είναι ισοδύναμα, θα πρέπει  $\mu \cdot \nu = 1$ . Επομένως, οι αριθμοί  $\mu$  και  $\nu$  είναι αντίστροφοι.

γ) Τα τρίγωνα AΔΕ και ABΓ έχουν  $\widehat{DAΕ} = \widehat{BAΓ}$  (ως κατακορυφήν), οπότε θα είναι όμοια αν και μόνο αν έχουν τις προσκείμενες πλευρές σε αυτές τις γωνίες ανάλογες.

Επομένως, θα πρέπει:

$$\frac{AΓ}{AΔ} = \frac{AB}{AΕ} \Leftrightarrow \frac{AΓ}{AB} = \frac{AΔ}{AΕ} \quad (1) \quad \text{ή} \quad \frac{AΓ}{AΕ} = \frac{AB}{AΔ} \Leftrightarrow \frac{AΓ}{AB} = \frac{AΕ}{AΔ} \quad (2)$$

Δίνεται ότι:

$$\frac{AΓ}{AB} = \frac{3}{2} \quad \text{και} \quad AΔ = 2AB$$

Η (1) γίνεται διαδοχικά:

$$\frac{3}{2} = \frac{2AB}{AE} \quad \text{ή} \quad AE = \frac{4}{3}AB$$

Η (2) γίνεται διαδοχικά:

$$\frac{3}{2} = \frac{AE}{2AB} \quad \text{ή} \quad AE = 3AB$$

Άρα, τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια όταν  $AE = \frac{4}{3}AB$  ή  $AE = 3AB$ .