

ΛΥΣΗ

α) Το εμβαδόν του χωρίου X_1 θα υπολογιστεί, αν από το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ αφαιρέσουμε το εμβαδόν του τεταρτοκυκλίου με κέντρο το σημείο A και ακτίνα

$$AB. \text{ Έχουμε: } (AB\Gamma\Delta) = \alpha \cdot \alpha = \alpha^2 \text{ και } (AB\Delta) = \frac{\pi \cdot \alpha^2 \cdot 90^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot \alpha^2}{4}.$$

$$(X_1) = (AB\Gamma\Delta) - (AB\Delta) = \alpha^2 - \frac{\pi \cdot \alpha^2}{4} = \frac{\alpha^2}{4} \cdot (4 - \pi)$$

β) Το εμβαδόν X_2 του ημικυκλίου με διάμετρο AB ισούται με:

$$(X_2) = \frac{\pi \cdot \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \cdot 180^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot \alpha^2}{8} \quad \text{Το εμβαδόν } X_3 \text{ θα υπολογισθεί αν από το εμβαδόν}$$

του τεταρτοκυκλίου αφαιρέσουμε το X_2 και θα έχουμε:

$$X_3 = (AB\Delta) - X_2 = \frac{\pi \cdot \alpha^2}{4} - \frac{\pi \cdot \alpha^2}{8} = \frac{\pi \cdot \alpha^2}{8}.$$

$$\gamma) X_2 - X_1 = \frac{\pi \cdot \alpha^2}{8} - \frac{\alpha^2}{4} \cdot (4 - \pi) = \frac{\pi \cdot \alpha^2}{8} - \frac{2 \cdot \alpha^2}{8} \cdot (4 - \pi) = \frac{\alpha^2}{8} \cdot [\pi - 2(4 - \pi)] =$$

$$\frac{\alpha^2}{8} \cdot (\pi - 8 + 2\pi) = \frac{\alpha^2}{8} \cdot (3\pi - 8) > 0 \text{ που σημαίνει ότι ισχύει } X_2 > X_1$$

