

ΛΥΣΗ

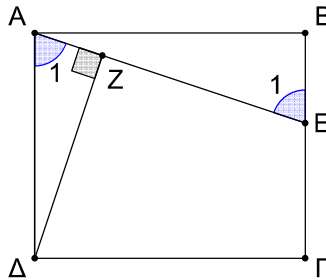
α) Σύμφωνα με το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ABE έχουμε ότι

$$AE^2 = AB^2 + BE^2.$$

Από την υπόθεση έχουμε ότι  $AB = 6$ ,  $BE = 2$ , οπότε

$$AE^2 = 6^2 + 2^2 \text{ ή } AE^2 = 40 \text{ ή } AE = 2\sqrt{10}.$$

β)



Τα τρίγωνα ABE και ΔΖΑ έχουν:

- $\hat{A}_1 = \hat{E}_1$  ως εντός εναλλάξ γωνίες των παραλλήλων ΑΔ, ΒΓ του ορθογωνίου ΑΒΓΔ που τέμνονται από την ΑΕ.
- $\hat{B} = \hat{Z} = 90^\circ$ , γιατί από την υπόθεση έχουμε ότι το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο και η ΔΖ κάθετη στην ΑΕ.

Τα τρίγωνα ABE και ΔΖΑ είναι όμοια, γιατί έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία.

Επομένως θα ισχύει

$$\frac{AB}{\Delta Z} = \frac{AE}{A\Delta} = \frac{BE}{AZ} \quad (1).$$

γ) Είναι  $AB = 6$ ,  $BE = 2$  και  $AE = 2\sqrt{10}$ , οπότε η (1) γίνεται

$$\frac{6}{\Delta Z} = \frac{2\sqrt{10}}{A\Delta} = \frac{2}{AZ} \quad (2).$$

Από τα δεδομένα έχουμε ότι  $\Delta Z = ZE$ , έτσι η ισότητα  $\frac{6}{\Delta Z} = \frac{2}{AZ}$  γίνεται  $\frac{6}{ZE} = \frac{2}{AZ}$  και με

ιδιότητα των αναλογιών προκύπτει ότι

$$\frac{6}{ZE} = \frac{2}{AZ} = \frac{6+2}{ZE+AZ} = \frac{8}{AE} = \frac{8}{2\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}} \quad (3).$$

Από τις ισότητες (2) και (3) προκύπτει ότι

$$\frac{2\sqrt{10}}{A\Delta} = \frac{4}{\sqrt{10}} \text{ ή } 4A\Delta = 2(\sqrt{10})^2 \text{ ή } A\Delta = 5.$$