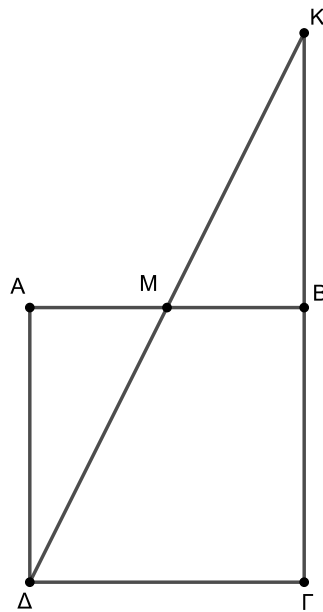


ΛΥΣΗ

α)



Τα τρίγωνα MKB και ΔΚΓ είναι ορθογώνια και έχουν κοινή τη γωνία  $\widehat{K}$ . Οπότε έχουν δυο γωνίες τους ίσες μια προς μια, άρα είναι όμοια.

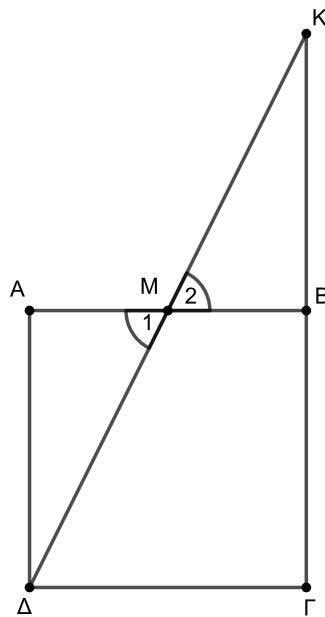
β) Τα όμοια τρίγωνα MKB και ΔΚΒ έχουν λόγο ομοιότητας  $\lambda = \frac{MB}{\Delta\Gamma} = \frac{\frac{1}{2}AB}{AB} = \frac{1}{2}$ .

Οπότε ο λόγος των εμβαδών τους θα ισούται με το τετράγωνο του λόγου

ομοιότητάς τους, δηλαδή:  $\frac{(MKB)}{(\Delta K\Gamma)} = \lambda^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ .

Συνεπώς  $(MKB) = \frac{1}{4} (\Delta K\Gamma)$ .

γ)



Τα τρίγωνα  $AM\Delta$  και  $MKB$  είναι ίσα αφού έχουν

- $AM = MB$ , το  $M$  είναι μέσο της  $AB$
- $\widehat{AM} = \widehat{BK} = 90^\circ$
- $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$ , ως κατακορυφήν γωνίες

Άρα, θα είναι και ισεμβαδικά, δηλαδή  $(AM\Delta) = (MKB)$  (1).

Για το εμβαδόν του τριγώνου  $\Delta K\Gamma$  έχουμε:

$$(\Delta K\Gamma) = (\Delta MB\Gamma) + (MKB) = (\Delta MB\Gamma) + (AM\Delta) = (AB\Gamma\Delta), \text{ λόγω της σχέσης (1)}$$

Για το εμβαδόν του  $MB\Gamma\Delta$  έχουμε:  $(MB\Gamma\Delta) = (\Delta K\Gamma) - (MKB) = (\Delta K\Gamma) - \frac{1}{4}(\Delta K\Gamma)$ , λόγω του β) ερωτήματος.

$$\text{Άρα } (MB\Gamma\Delta) = \frac{3}{4}(AB\Gamma\Delta)$$

δ) Έστω ότι το τετράγωνο έχει πλευρά  $\alpha$ . Τότε  $(AB\Gamma\Delta) = \alpha^2$  και  $(MB\Gamma\Delta) = 75$ .

Από το ερώτημα γ) έχουμε ότι:  $75 = \frac{3}{4} \alpha^2$  ή  $\alpha^2 = \frac{4}{3} \cdot 75$  ή  $\alpha^2 = 100$ .

$$\text{Άρα } \alpha = 10 \text{ m}$$