

# ΛΥΣΗ

α) i. Είναι  $\Delta B = 2$  οπότε  $\Delta \Gamma = B\Gamma - \Delta B = 10 - 2 = 8$ . Όμως σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών του στην υποτείνουσα. Επομένως

$$A\Delta^2 = \Delta B \cdot \Delta \Gamma \quad \text{ή} \quad A\Delta^2 = 2 \cdot 8 \quad \text{ή} \quad A\Delta^2 = 16 \quad \text{ή} \quad A\Delta = 4.$$

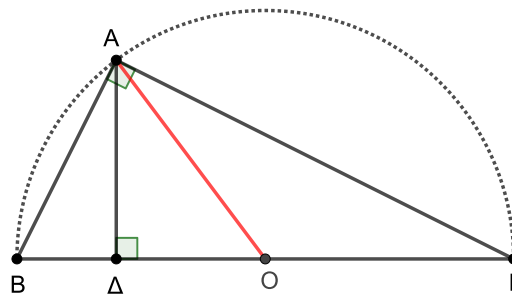
ii. Είναι  $B\Gamma = 10$  και  $A\Delta = 4$  οπότε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι

$$(AB\Gamma) = \frac{B\Gamma \cdot A\Delta}{2} \quad \text{ή} \quad (AB\Gamma) = \frac{10 \cdot 4}{2} \quad \text{ή} \quad (AB\Gamma) = 20.$$

β) i. Καθώς το σημείο  $A$  κινείται πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την  $B\Gamma$ , η βάση του τριγώνου  $B\Gamma$  παραμένει σταθερή και ίση με 10, ενώ το αντίστοιχο ύψος  $A\Delta$  μεταβάλλεται. Επομένως μεταβάλλεται και το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ , το οποίο θα είναι

$$(AB\Gamma) = \frac{B\Gamma \cdot A\Delta}{2} \quad \text{ή} \quad (AB\Gamma) = \frac{10 \cdot A\Delta}{2} \quad \text{ή} \quad (AB\Gamma) = 5A\Delta.$$

ii. Έστω  $O$  το κέντρο του κύκλου με διάμετρο τη  $B\Gamma$ .



- Το  $A$  ανήκει στον κύκλο με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\frac{B\Gamma}{2} = 5$ . Επομένως  $OA = 5$  (1).
- Το  $\Delta$  είναι η προβολή του  $A$  στη  $B\Gamma$  και το  $O$  σημείο της  $B\Gamma$ . Επομένως  $A\Delta \leq AO$  (2).
- $(AB\Gamma) = 5A\Delta$  ( από το β(i) )  
 $\leq 5AO$  ( από την (2) )  
 $= 25$  ( από την (1) ) .

Επομένως  $(AB\Gamma) \leq 25$  , οπότε ο ισχυρισμός είναι αληθής.