

ΛΥΣΗ

α) Από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{B} = 90^\circ$ ), έχουμε

$$A\Gamma^2 = AB^2 + B\Gamma^2 \quad \text{ή} \quad A\Gamma^2 = 12^2 + 16^2 \quad \text{ή} \quad A\Gamma^2 = 400 \quad \text{ή} \quad A\Gamma = 20.$$

Από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο  $\Gamma\Delta E$  ( $\hat{\Gamma} = 90^\circ$ ), έχουμε

$$\Gamma E^2 = \Delta E^2 - \Gamma\Delta^2 \quad \text{ή} \quad \Gamma E^2 = 10^2 - 8^2 \quad \text{ή} \quad \Gamma E^2 = 36 \quad \text{ή} \quad \Gamma E = 6.$$

Επομένως το μήκος του τμήματος  $AE$  είναι  $AE = A\Gamma + \Gamma E = 20 + 6 = 26$ .

β) Στο α) ερώτημα βρήκαμε ότι  $A\Gamma = 20$  και  $\Gamma E = 6$ , άρα τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $E\Gamma\Delta$  έχουν:

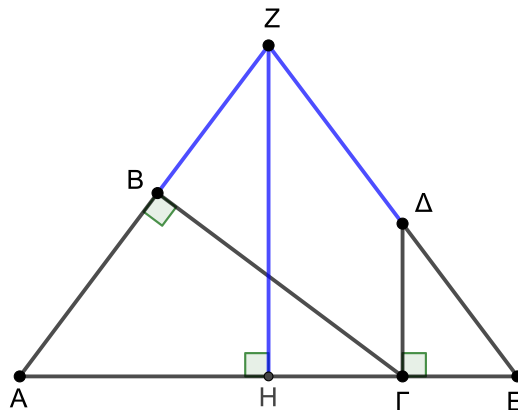
$$\frac{AB}{\Gamma E} = \frac{12}{6} = 2,$$

$$\frac{B\Gamma}{\Gamma\Delta} = \frac{16}{8} = 2,$$

$$\frac{A\Gamma}{\Delta E} = \frac{20}{10} = 2,$$

οπότε είναι όμοια, αφού έχουν τις πλευρές τους ανάλογες μία προς μία.

γ)



i) Αφού τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $E\Gamma\Delta$  είναι όμοια, θα έχουν τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες, άρα  $\hat{A} = \hat{E}$ , οπότε το τρίγωνο  $ZAE$  είναι ισοσκελές με βάση την  $AE$ . Επειδή το  $ZH$  είναι ύψος θα είναι και διάμεσος οπότε το σημείο  $H$  είναι το μέσο της  $AE$ . Επομένως θα είναι

$$HE = \frac{AE}{2} = \frac{26}{2} = 13.$$

ii) Είναι  $\Delta\Gamma \parallel ZH$ , ως κάθετες στην  $AE$ , οπότε από εφαρμογή του θεωρήματος του Θαλή, το τρίγωνο  $\Gamma\Delta E$  θα έχει πλευρές ανάλογες προς τις πλευρές του τριγώνου  $HZE$ . Επομένως έχουμε

$$\frac{\Delta\Gamma}{ZH} = \frac{\Gamma E}{HE} \quad \text{ή} \quad \frac{8}{ZH} = \frac{6}{13} \quad \text{ή} \quad ZH = \frac{52}{3}.$$