

ΛΥΣΗ

Από τα δεδομένα έχουμε:  $AD = \frac{1}{4}AB$ , οπότε  $BD = \frac{3}{4}AB$ ,  $BE = \frac{2}{3}BG$ , άρα  $GE = \frac{1}{3}BG$  και

$$GZ = \frac{1}{2}AG, \text{ επομένως } AZ = \frac{1}{2}AG.$$

α) Τα τρίγωνα  $ADZ$  και  $ABG$  έχουν κοινή τη γωνία  $A$ , οπότε ο λόγος των εμβαδών τους θα ισούται με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές.

$$\text{Δηλαδή: } \frac{(ADZ)}{(ABG)} = \frac{AD \cdot AZ}{AB \cdot AG} = \frac{\frac{1}{4}AB \cdot \frac{1}{2}AG}{AB \cdot AG} = \frac{1}{8}, \text{ οπότε } (ADZ) = \frac{1}{8} (ABG).$$

$$\text{Επίσης: } \frac{(BED)}{(ABG)} = \frac{BD \cdot BE}{BA \cdot BG} = \frac{\frac{3}{4}AB \cdot \frac{2}{3}BG}{AB \cdot BG} = \frac{1}{2}, \text{ οπότε } (BED) = \frac{1}{2} (ABG).$$

$$\text{Όμοια: } \frac{(GEZ)}{(ABG)} = \frac{GZ \cdot GE}{GA \cdot GB} = \frac{\frac{1}{2}GA \cdot \frac{1}{3}BG}{GA \cdot GB} = \frac{1}{6}, \text{ οπότε } (GEZ) = \frac{1}{6} (ABG).$$

β) Λόγω του ερωτήματος (α) έχουμε:

$$(DEZ) = (ABG) - (ADZ) - (BED) - (GEZ) = (ABG) - \frac{1}{8} (ABG) - \frac{1}{2} (ABG) - \frac{1}{6} (ABG) = \frac{5}{24} (ABG).$$