

ΛΥΣΗ

α) Οι τετμημένες των σημείων τομής των C_f, C_g αποτελούν λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$. Τότε:

$$\begin{aligned}f(x) &= g(x) \Leftrightarrow \\x^2 + 3x + 2 &= x + 1 \Leftrightarrow \\x^2 + 2x + 1 &= 0 \Leftrightarrow \\(x+1)^2 &= 0 \Leftrightarrow \\x+1 &= 0 \Leftrightarrow \\x &= -1\end{aligned}$$

Άρα οι C_f, C_g έχουν μόνο ένα κοινό σημείο, το $A(-1, g(-1))$ δηλαδή το $A(-1, 0)$. (η ευθεία εφάπτεται της παραβολής).

β) Οι τετμημένες των κοινών σημείων των C_f, C_h είναι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = h(x)$.

Δηλαδή:

$$\begin{aligned}f(x) &= h(x) \Leftrightarrow \\x^2 + 3x + 2 &= x + a \\x^2 + 2x + (2-a) &= 0, a \in R \quad (1)\end{aligned}$$

Το τριώνυμο έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2-a) = 4 - 8 + 4a = 4a - 4 = 4(a-1)$$

- i. Αν $a > 1$ τότε $\Delta > 0$ και η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες το οποίο σημαίνει ότι οι γραφικές παραστάσεις των f, h έχουν δύο κοινά σημεία.
- ii. Αν $a < 1$ τότε $\Delta < 0$ και η εξίσωση (1) δεν έχει πραγματικές ρίζες το οποίο σημαίνει ότι οι γραφικές παραστάσεις των f, h δεν έχουν κοινά σημεία.