

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$A - B = (\sqrt{2})^6 - (\sqrt[3]{2})^6 = \left[(\sqrt{2})^2 \right]^3 - \left[(\sqrt[3]{2})^3 \right]^2 = 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4$$

β) Ισχύει ότι:

$$1 < 2 \Leftrightarrow \sqrt[3]{1} < \sqrt[3]{2} \Leftrightarrow 1 < \sqrt[3]{2} \quad (1)$$

Και

$$A - B = 4 > 0 \Leftrightarrow A > B \Leftrightarrow (\sqrt{2})^6 > (\sqrt[3]{2})^6 \Leftrightarrow \sqrt{2} > \sqrt[3]{2} \quad (2)$$

Από τις ανισώσεις (1), (2) βρίσκουμε:

$$1 < \sqrt[3]{2} < \sqrt{2}$$