

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \alpha x - \alpha + 2$ και $g(x) = x^2 - \alpha + 3$ με $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $(1, 2)$ για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού α .

(Μονάδες 7)

β) Αν οι γραφικές παραστάσεις των f και g τέμνονται σε σημείο με τετμημένη 1, τότε:

i) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$.

(Μονάδες 4)

ii) Για $\alpha = 2$ υπάρχει άλλο σημείο τομής των γραφικών παραστάσεων των f και g ;
Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

γ) Να αποδείξετε ότι το πλήθος των κοινών σημείων των γραφικών παραστάσεων των f και g είναι ίδιο με το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $x^2 - \alpha x + 1 = 0$ και στη συνέχεια ότι για $\alpha = 3$, $\alpha = -2$, $\alpha = 1$ έχουν αντίστοιχα δύο, ένα, κανένα σημεία τομής.

(Μονάδες 10)