

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 4\lambda + 5 = 0$ με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε το πλήθος των πραγματικών ριζών της εξίσωσης όταν $\lambda = -2$ και όταν $\lambda = 3$.

(Μονάδες 8)

β) i. Να αποδείξετε ότι αν $\lambda = 5$, τότε η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα.

(Μονάδες 3)

ii. Να εξετάσετε αν υπάρχει άλλη τιμή του λ , ώστε η εξίσωση να έχει διπλή ρίζα.

(Μονάδες 6)

γ) Αν ισχύει $|\lambda^2 - 4\lambda - 5| = 4\lambda - \lambda^2 + 5$, $\lambda \in \mathbb{R} - \{-1, 5\}$ να αποδείξετε ότι η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες.

(Μονάδες 8)