

Λύση

α) Το τριώνυμο  $x^2 - 2\beta x + \beta^2 - 4$  έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4 \alpha \gamma = (-2\beta)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (\beta^2 - 4) = 4\beta^2 - 4\beta^2 + 16 = 16 > 0.$$

Άρα η εξίσωση (1) έχει ρίζες τις:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2\beta \pm 4}{2}, \text{ οπότε έχουμε:}$$

$$x_1 = \beta + 2, x_2 = \beta - 2.$$

**Σημείωση:** Μία εναλλακτική λύση είναι η εξής:

Η  $x_1 = \beta + 2$  είναι ρίζα της (1), διότι την επαληθεύει:

$$(\beta + 2)^2 - 2\beta(\beta + 2) + \beta^2 - 4 = \beta^2 + 4\beta + 4 - 2\beta^2 - 4\beta + \beta^2 - 4 = 0.$$

Ομοίως η  $x_2 = \beta - 2$  είναι ρίζα της (1), διότι την επαληθεύει:

$$(\beta - 2)^2 - 2\beta(\beta - 2) + \beta^2 - 4 = \beta^2 - 4\beta + 4 - 2\beta^2 + 4\beta + \beta^2 - 4 = 0.$$

Συνεπώς, η εξίσωση (1) έχει ρίζες τις  $x_1, x_2$ , με  $x_1 \neq x_2$ .

β) Οι αριθμοί  $\beta - 2$ ,  $\beta$ ,  $\beta + 2$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, διότι ισχύουν:

$\beta - (\beta - 2) = 2$  και  $(\beta + 2) - \beta = 2$ , δηλαδή διαφέρουν κατά σταθερό αριθμό  $\omega = 2$ .