

α) Είναι: $\alpha = 1$, $\beta = -2\lambda$ και $\gamma = 4(\lambda - 1)$.

Τότε:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2\lambda)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4(\lambda - 1) = 4\lambda^2 - 16\lambda + 16 = (2\lambda - 4)^2.$$

β) Επειδή $\Delta = (2\lambda - 4)^2 \geq 0$, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση δεν είναι αδύνατη στο \mathbb{R} .

Συγκεκριμένα ισχύουν τα παρακάτω:

- Αν $\Delta = 0 \Leftrightarrow (2\lambda - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow 2\lambda - 4 = 0 \Leftrightarrow 2\lambda = 4 \Leftrightarrow \frac{2\lambda}{2} = \frac{4}{2} \Leftrightarrow \lambda = 2$ τότε η εξίσωση (1) έχει μια διπλή λύση.
- Αν $\Delta > 0 \Leftrightarrow (2\lambda - 4)^2 > 0 \Leftrightarrow 2\lambda - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \lambda \neq 2$ τότε η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες.

γ) Ο αριθμός $x = 2$ είναι ρίζα της εξίσωσης (1) άρα την επαληθεύει.

Έτσι έχουμε:

$$2^2 - 2\lambda \cdot 2 + 4(\lambda - 1) = 0 \Leftrightarrow 4 - 4\lambda + 4\lambda - 4 = 0 \Leftrightarrow 0\lambda = 0, \text{ ταυτότητα.}$$

Τελικά, για οποιαδήποτε τιμή της παραμέτρου λ ο αριθμός $x = 2$ είναι λύση της εξίσωσης (1).