

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση:

$$x^2 - x + \lambda - \lambda^2 = 0, \text{ με παράμετρο } \lambda \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης και να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του λ η εξίσωση (1) έχει δύο άνισες ρίζες;

(Μονάδες 6)

γ) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης (1), να βρείτε για ποιες τιμές του λ ισχύει $0 < d(x_1, x_2) < 2$.

(Μονάδες 9)