

ΛΥΣΗ

α) Πρέπει $|2-x| \neq 0 \Leftrightarrow 2-x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$. Άρα $A_f = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$.

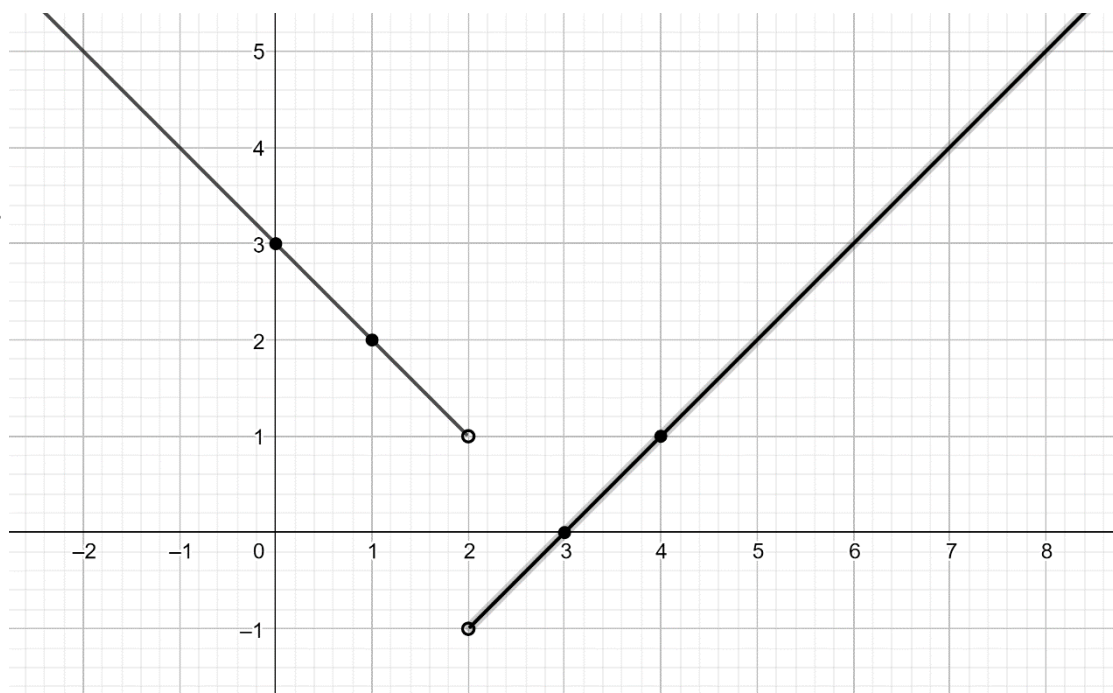
β) Το τριώνυμο $x^2 - 5x + 6$ έχει άθροισμα ριζών $S = x_1 + x_2 = \frac{-\beta}{\alpha} = 5$ και γινόμενο ριζών

$P = x_1 x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = 6$, άρα οι ρίζες του είναι: $x_1 = 2, x_2 = 3$. Οπότε $x^2 - 5x + 6 = (x-3)(x-2)$.

$$\text{Έχουμε } f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{|2-x|} = \frac{(x-2)(x-3)}{|2-x|} = \begin{cases} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)} = x-3, & x > 2 \\ \frac{(x-2)(x-3)}{(2-x)} = -x+3, & x < 2 \end{cases}$$

γ)

i. Για $x > 2$ η γραφική παράσταση της f είναι ευθεία με εξίσωση $y = x - 3$. Δυο σημεία από τα οποία διέρχεται η ευθεία είναι τα $(3, 0)$ και $(4, 1)$. Για $x < 2$ η γραφική παράσταση της f είναι ευθεία με εξίσωση $y = -x + 3$. Δυο σημεία από τα οποία διέρχεται η ευθεία είναι τα $(1, 2)$ και $(0, 3)$. Άρα η γραφική παράσταση της f είναι:



ii. Από το παραπάνω σχήμα βλέπουμε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον x ' x άξονα στο σημείο $(3, 0)$ και τον y ' y άξονα στο $(0, 3)$.

δ) Από το γι. ερώτημα, παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τον άξονα $x'x$ για $x \in (2,3)$ και τέμνει τον $x'x$ στο $(3,0)$ (δηλαδή $f(3) = 0$). Άρα η ανίσωση $f(x) \leq 0$ αληθεύει για $x \in (2,3]$.