

ΛΥΣΗ

α) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένα ορθογώνιο με περίμετρο $\Pi = 40\text{cm}$, το μήκος του είναι $x\text{cm}$ και το πλάτος του $y\text{cm}$, με $x, y > 0$.



$$\text{Τότε: } \Pi = 40 \Leftrightarrow 2x + 2y = 40 \Leftrightarrow x + y = 20 \Leftrightarrow y = 20 - x$$

Όμως $x, y > 0$, οπότε $x > 0$ και $20 - x > 0 \Leftrightarrow x < 20$. Τελικά $0 < x < 20$.

β) Το εμβαδόν $E(x)$ του ορθογωνίου είναι:

$$E = x \cdot y, \text{ δηλαδή } E(x) = x \cdot (20 - x) = 20x - x^2.$$

γ) Έχουμε ισοδύναμα:

$$E(x) \leq 100 \Leftrightarrow$$

$$20x - x^2 \leq 100 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 20x + 100 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$(x - 10)^2 \geq 0, \text{ που ισχύει για κάθε } x \in (0, 20).$$

δ) Από το γ) ερώτημα, $E(x) \leq 100$, για κάθε $x \in (0, 20)$. Άρα η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι 100cm^2 .

Άρα: $E(x) = 100 \Leftrightarrow (x - 10)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 10$, οπότε και $y = 20 - x = 20 - 10 = 10$, δηλαδή οι διαστάσεις του ορθογωνίου είναι $x = y = 10\text{cm}$. Τελικά το μεγαλύτερο εμβαδόν το έχει το τετράγωνο πλευράς 10cm .