

ΛΥΣΗ

α) Πρέπει $x \neq 0$, άρα $A_f = \mathbb{R}^* = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

β) Αφού είναι $x \neq 0$, η γραφική παράσταση δεν μπορεί να τέμνει τον άξονα $y'y$ αφού τα σημεία του $y'y$ έχουν τετμημένη μηδέν.

Αν υποθέσουμε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε σημείο με τετμημένη β , τότε θα έπρεπε $f(\beta) = 0$, δηλαδή $1 + \frac{4}{\beta^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{\beta^2} = -1 \Leftrightarrow \beta^2 = -1$, αδύνατο, άρα η γραφική παράσταση της f δεν τέμνει ούτε τον άξονα $x'x$.

γ)

i. Το σημείο M έχει συντεταγμένες $M(\alpha, f(\alpha))$, οπότε το εμβαδόν του ορθογωνίου θα είναι

$$E = (O\Delta) \cdot (M\Delta) = \alpha \cdot f(\alpha) = \alpha \left(1 + \frac{4}{\alpha^2}\right) = \alpha \cdot 1 + \alpha \cdot \frac{4}{\alpha^2} = \alpha + \frac{4}{\alpha}.$$

ii. $E \geq 4 \Leftrightarrow \alpha + \frac{4}{\alpha} \geq 4 \Leftrightarrow \alpha^2 + 4 \geq 4\alpha \Leftrightarrow \alpha^2 + 4 - 4\alpha \geq 0 \Leftrightarrow (\alpha - 2)^2 \geq 0$, ισχύει για κάθε πραγματικό αριθμό α , οπότε και για $\alpha > 0$.

