

ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο $x^2 - x - 12$ έχει $\Delta = 1 - 4 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49$ και δύο ρίζες άνισες, τις

$$x_1 = \frac{-(-1) + \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4 \quad , \quad x_2 = \frac{-(-1) - \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{1-7}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Το πρόσημο του τριωνύμου $x^2 - x - 12$ φαίνεται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$
$x^2 - x - 12$	+	○	○	+

Δηλαδή

$$x^2 - x - 12 < 0 \text{ για κάθε } x \in (-3, 4) \text{ και}$$

$$x^2 - x - 12 > 0 \text{ για κάθε } x \in (-\infty, -3) \cup (4, +\infty) .$$

β) Είναι $\pi > 3 \Leftrightarrow \pi + 9 > 12 \Leftrightarrow \frac{\pi + 9}{3} > 4$, οπότε με βάση το α) έχουμε ότι

$$\left(\frac{\pi + 9}{3} \right)^2 - \left(\frac{\pi + 9}{3} \right) - 12 > 0$$

γ) Η παράσταση $(|\alpha| + 3)^2 - (|\alpha| + 3) - 12$ είναι η τιμή του τριωνύμου για $x = |\alpha| + 3$ και για να είναι αρνητική θα πρέπει :

$$-3 < |\alpha| + 3 < 4 \Leftrightarrow -6 < |\alpha| < 1 \Leftrightarrow |\alpha| < 1 \Leftrightarrow -1 < \alpha < 1 \Leftrightarrow \alpha \in (-1, 1) .$$