

ΛΥΣΗ

α) Είναι: $x^2 + 2x + 4 = x^2 + 2x + 1 + 3 = (x+1)^2 + 3 > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Εναλλακτικά, το τριώνυμο $x^2 + 2x + 4$ έχει διακρίνουσα $\Delta = -12 < 0$, οπότε είναι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ομόσημο του $a = 1 > 0$, δηλαδή $x^2 + 2x + 4 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

β) Η συνάρτηση f ορίζεται για κάθε $x \neq 2$, οπότε $A = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$.

γ) Είναι: $f(x) = \left| \frac{x^3 - 8}{x - 2} \right| = \left| \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2} \right| = |x^2 + 2x + 4| = x^2 + 2x + 4$, αφού δείξαμε στο α)

ερώτημα ότι $x^2 + 2x + 4 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Συνεπώς $f(x) = x^2 + 2x + 4$ για κάθε $x \in A$.

δ) Το πεδίο ορισμού της g είναι το \mathbb{R} . Οι τετμημένες των κοινών σημείων των γραφικών παραστάσεων των f, g είναι οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$ με $x \neq 2$.

Είναι:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x + 4 = 6x \Leftrightarrow x^2 + 2x + 4 - 6x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Η λύση $x = 2$ που βρήκαμε απορρίπτεται οπότε οι γραφικές παραστάσεις των f, g δεν έχουν κοινά σημεία.