

ΛΥΣΗ

α) Από την (1) έχουμε ισοδύναμα :

$$2|x| - 2 \leq 0 \Leftrightarrow 2|x| \leq 2 \Leftrightarrow |x| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$$

β) Αρκεί να δείξουμε ότι :  $d(x, -3) \leq 4$ .

Είναι:  $d(x, -3) = |x+3| \leq |x| + 3 \leq 1 + 3 = 4$ , δηλαδή  $d(x, -3) \leq 4$ .

Εναλλακτικά, αξιοποιώντας το α ερώτημα, έχουμε :

$$-1 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow 2 \leq x+3 \leq 4, \text{ οπότε}$$

$$|x+3| \leq 4 \Leftrightarrow d(x, -3) \leq 4.$$

γ) Είναι:

$$-1 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2x \leq 2 \Leftrightarrow -5 \leq 2x-3 \leq -1 < 0, \text{ οπότε}$$

$$|2x-3| = -2x+3.$$

$$-1 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow 3 \geq -3x \geq -3 \Leftrightarrow 7 \geq 4-3x \geq 1 > 0, \text{ οπότε}$$

$$|4-3x| = 4-3x.$$

$$\text{Τελικά: } A = |2x-3| - |4-3x| = -2x+3 - (4-3x) = -2x+3-4+3x = x-1.$$