

ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση ορίζεται για τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει : $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ και $x^2 - 5x + 6 \geq 0$.

Το τριώνυμο $x^2 - 5x + 6$ έχει ρίζες τις $x_1 = 2, x_2 = 3$ αφού $2+3=5$ και $2 \cdot 3 = 6$ και το πρόσημό του φαίνεται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$x^2 - 5x + 6$	+	○	○	+

Συνεπώς $x^2 - 5x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2 \quad \text{ή} \quad x \geq 3$.

Τελικά $A = (-\infty, 2) \cup [3, +\infty)$.

β) Το σημείο $M(1, -\sqrt{2})$ θα ανήκει στη γραφική παράσταση της f αν και μόνο αν $f(1) = -\sqrt{2}$.

Είναι

$$f(1) = \frac{\sqrt{1^2 - 5 \cdot 1 + 6}}{1 - 2} = \frac{\sqrt{2}}{-1} = -\sqrt{2}$$

οπότε το σημείο $M(1, -\sqrt{2})$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f .

γ) Για $x = 0$ έχουμε:

$$f(0) = \frac{\sqrt{0^2 - 5 \cdot 0 + 6}}{0 - 2} = \frac{\sqrt{6}}{-2} = -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

οπότε η γραφική παράσταση της f τέμνει τον yy' στο σημείο $(0, -\frac{\sqrt{6}}{2})$.

Οι τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της f με τον xx' είναι οι λύσεις της εξίσωσης :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x - 2} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 5x + 6} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad \text{ή} \quad x = 3$$

Η λύση $x = 2$ απορρίπτεται, αφού $2 \notin A$, ενώ η $x = 3$, είναι δεκτή, αφού $3 \in A$, οπότε η γραφική παράσταση της f τέμνει τον xx' στο σημείο $(3, 0)$.