

ΛΥΣΗ

α) Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g τέμνονται στα σημεία Α και Β, άρα οι τετμημένες των σημείων Α και Β θα είναι οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$ δηλαδή της εξίσωσης $x^2 - 2 = x \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$, η διακρίνουσα της οποίας είναι

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9, \text{ άρα } x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 3}{2}. \text{ Όστε } x = 2 \text{ ή } x = -1.$$

Τότε $f(2) = g(2) = 2$ και $f(-1) = g(-1) = -1$.

β) Για το τριώνυμο $x^2 - x - 2$ έχουμε βρει ότι οι ρίζες του είναι οι αριθμοί $x = 2$ ή $x = -1$.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται το πρόσημο του παραπάνω τριωνύμου.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x^2 - x - 2$	+	-	+	

Άρα οι λύσεις της δοθείσας ανίσωσης είναι $-1 < x < 2$.

Σημείωση: Η ανίσωση μπορεί να λυθεί και γεωμετρικά με βάση το α) ερώτημα.

γ) Έχουμε $\omega^2 - |\omega| - 2 < 0 \Leftrightarrow |\omega|^2 - |\omega| - 2 < 0$ η οποία γράφεται στη μορφή $x^2 - x - 2 < 0$, αν θέσουμε $|\omega| = x$.

Με βάση το α) ερώτημα παίρνουμε $-1 < |\omega| < 2$.

Αλλά η σχέση $-1 < |\omega|$ ισχύει για κάθε πραγματικό αριθμό x .

Έτσι, πρέπει να ισχύει $|\omega| < 2$, η οποία γράφεται $-2 < \omega < 2$.

Όστε οι λύσεις της ανίσωσης $\omega^2 - |\omega| - 2 < 0$ είναι οι αριθμοί $\omega \in (-2, 2)$.