

ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο  $x^2 - 3x + 2$  έχει  $\alpha = 1, \beta = -3, \gamma = 2$  και διακρίνουσα:  $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1 > 0$ .

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{3+1}{2} = 2 \\ \frac{3-1}{2} = 1 \end{cases}$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$x^2-3x+2$	+	$\circ$	-	$\circ$	+

Από τον πίνακα προσημών συμπεραίνουμε ότι το τριώνυμο είναι θετικό για  $x \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$  και αρνητικό για  $x \in (1, 2)$ .

β)

i. Δεδομένου ότι  $(\alpha^2 - 3\alpha + 2)(\beta^2 - 3\beta + 2) < 0$ , διακρίνουμε δυο περιπτώσεις:

1<sup>η</sup> περίπτωση:  $(\alpha^2 - 3\alpha + 2) < 0$  και  $(\beta^2 - 3\beta + 2) > 0$ ,

Από το α) ερώτημα  $\alpha \in (1, 2)$  και  $\beta \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ , δηλαδή  $\alpha > 1$  και αφού  $\alpha < \beta$

θα είναι  $\beta > 2$ , συνεπώς  $\alpha - 1$  και  $\beta - 2$  είναι θετικοί, άρα ομόσημοι.

2<sup>η</sup> περίπτωση:  $(\alpha^2 - 3\alpha + 2) > 0$  και  $(\beta^2 - 3\beta + 2) < 0$ ,

Από το α) ερώτημα  $\alpha \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$  και  $\beta \in (1, 2)$  δηλαδή  $\beta < 2$  και αφού  $\alpha < \beta$

Θα είναι  $\alpha < 1$ , συνεπώς  $\alpha - 1$  και  $\beta - 2$  είναι αρνητικοί άρα ομόσημοι.

ii. Αφού  $\alpha - 1$  και  $\beta - 2$  είναι ομόσημοι, έχουμε ότι  $(\alpha - 1)(\beta - 2) > 0$ , οπότε:

$$|(\alpha - 1)(\beta - 2)| = (\alpha - 1)(\beta - 2).$$