

ΛΥΣΗ

α) Είναι $|x-1| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x-1 \leq 3 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4$ δηλαδή $x \in [-2, 4]$.

β) Οι ακέραιες λύσεις στο διάστημα $[-2, 4]$ είναι οι : -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.

γ) Αναζητούμε ένα τριώνυμο με ρίζες -2 και 4 του οποίου το πρόσημο να είναι ετερόσημο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου.

Το άθροισμα των ριζών είναι $S = -2 + 4 = 2$, το γινόμενο των ριζών είναι $P = -2 \cdot 4 = -8$, οπότε ένα τριώνυμο είναι το $x^2 - S \cdot x + P = x^2 - 2 \cdot x - 8$ και αφού θέλουμε το πρόσημο του να είναι ετερόσημο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου, δηλαδή αρνητικό, έχουμε τελικά ότι η ζητούμενη ανίσωση είναι η $x^2 - 2x - 8 \leq 0$.

δ) Έστω λοιπόν ένας αριθμός x του οποίου το τετράγωνο ελαττωμένο κατά 8 δεν ξεπερνάει το διπλάσιό του, δηλαδή $x^2 - 8 \leq 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 \leq 0$. Τότε όπως δείξαμε στο γ) ερώτημα για αυτόν τον αριθμό x θα ισχύει ισοδύναμα ότι $|x-1| \leq 3$, δηλαδή η απόσταση του από το 1 δεν ξεπερνάει το 3.