

ΛΥΣΗ

α) Αν το πλήθος των σωστών απαντήσεων είναι x , τότε το πλήθος των λανθασμένων απαντήσεων είναι $100 - x$. Σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος, ο φοιτητής θα πάρει x βαθμούς για τις σωστές απαντήσεις και θα του αφαιρεθούν (αρνητική βαθμολογία) $\frac{1}{3}(100 - x)$ βαθμοί για τις λανθασμένες απαντήσεις. Έτσι, η τελική βαθμολογία του θα είναι

$$E(x) = x - \frac{1}{3}(100 - x) = \frac{3x - (100 - x)}{3} = \frac{4x - 100}{3} = \frac{4}{3}(x - 25)$$

όπου x είναι το πλήθος των σωστών απαντήσεων.

β) Είναι:

$$E(x) = 88 \Leftrightarrow \frac{4}{3}(x - 25) = 88 \Leftrightarrow \frac{x - 25}{3} = 22 \Leftrightarrow x - 25 = 66 \Leftrightarrow x = 91$$

Άρα ο φοιτητής που βαθμολογήθηκε με 88, απάντησε σωστά σε 91 ερωτήσεις και λανθασμένα σε 9 ερωτήσεις.

γ) Έστω ότι η βαθμολογία ενός φοιτητή που απάντησε σωστά σε x ερωτήσεις είναι ίση με 50.

Τότε έχουμε:

$$E(x) = 50 \Leftrightarrow \frac{4}{3}(x - 25) = 50 \Leftrightarrow 4x - 100 = 150 \Leftrightarrow 4x = 250 \Leftrightarrow x = \frac{125}{2}$$

που είναι άτοπο, αφού ο αριθμός x που παριστάνει το πλήθος των σωστών απαντήσεων, είναι ακέραιος. Επομένως η βαθμολογία ενός φοιτητή δεν μπορεί να είναι ίση με 50.

Ένας φοιτητής θα πάρει βαθμολογία μεγαλύτερη από τη βάση, μόνο όταν $E(x) > 50$. Είναι:

$$E(x) > 50 \Leftrightarrow \frac{4}{3}(x - 25) > 50 \Leftrightarrow 4x - 100 > 150 \Leftrightarrow 4x > 250 \Leftrightarrow x > \frac{125}{2} = 62,5$$

Επομένως η βαθμολογία ενός φοιτητή είναι μεγαλύτερη του 50 μόνο όταν απαντήσει σωστά σε 63 τουλάχιστον ερωτήσεις.

δ) Έστω ότι το πλήθος των σωστών απαντήσεων των φοιτητών είναι x_1, x_2 αντίστοιχα. Τότε έχουμε:

$$\begin{aligned} E(x_1) + E(x_2) &= 140 \Leftrightarrow \frac{4}{3}(x_1 - 25) + \frac{4}{3}(x_2 - 25) = 140 \Leftrightarrow 4x_1 - 100 + 4x_2 - 100 = 420 \\ &\Leftrightarrow 4(x_1 + x_2) = 620 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 155 \end{aligned}$$

Επομένως οι δυο φοιτητές απάντησαν σωστά σε 155 από τις 200 ερωτήσεις τους και λανθασμένα στις υπόλοιπες $200 - 155 = 45$ ερωτήσεις.